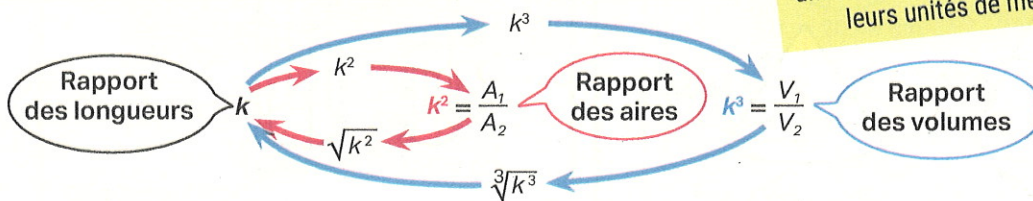


6.4 Les solides semblables

Les caractéristiques de solides semblables

- Les **solides semblables** sont des solides dont l'un est un agrandissement, une réduction ou une reproduction de l'autre.
- Ainsi, deux solides sont semblables lorsque :
 - leurs angles homologues sont **isométriques** ;
 - leurs longueurs homologues sont **proportionnelles**, c'est-à-dire que les rapports des longueurs homologues sont égaux.
- Des rapports de proportionnalité peuvent être établis entre des solides semblables :
 - Le **rapport de similitude des longueurs homologues** est k .
 - Le **rapport des aires homologues** est k^2 .
 - Le **rapport des volumes homologues** est k^3 .

La relation entre le rapport de similitude k , le rapport des aires, k^2 , et le rapport des volumes, k^3 , peut être représentée ainsi :



Astuce

Un rapport peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ ou $a:b$. Lorsque les grandeurs sont de même nature et qu'elles sont exprimées à l'aide de la même unité de mesure, il n'est pas nécessaire d'inclure leurs unités de mesure dans le rapport.

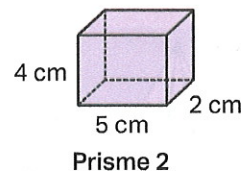
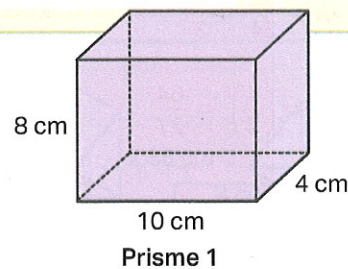
Les prismes ci-contre sont semblables.

Le rapport de similitude* est $k = \frac{10}{5} = \frac{8}{4} = \frac{4}{2} = 2$.

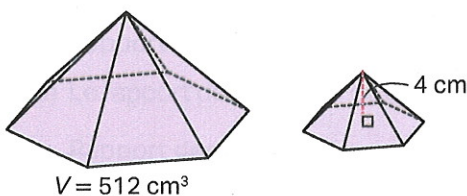
Le rapport des aires est $k^2 = \frac{A_{\text{prisme 1}}}{A_{\text{prisme 2}}} = \frac{2(10+4) \cdot 8}{2(5+2) \cdot 4} = \frac{224}{56} = 4$.

Le rapport des volumes est $k^3 = \frac{V_{\text{prisme 1}}}{V_{\text{prisme 2}}} = \frac{10 \cdot 8 \cdot 4}{5 \cdot 4 \cdot 2} = \frac{320}{40} = 8$.

* On peut inverser les rapports trouvés. En effet, on peut dire que les arêtes du prisme 2 mesurent la moitié de celles du prisme 1, que l'aire du prisme 2 est le quart de celle du prisme 1 et que le volume du prisme 2 est le huitième de celui du prisme 1.



Les pyramides ci-dessous sont semblables. Le volume de la grande pyramide est 8 fois plus grand que celui de la petite pyramide. On cherche la hauteur de la grande pyramide.



Dans cette situation, le rapport des volumes $k^3 = 8$.

Donc, $k = \sqrt[3]{8} = 2$

La hauteur de la grande pyramide est donc 2 fois celle de la petite pyramide : $h = 2 \cdot 4 = 8 \text{ cm}$.

À moins d'indication contraire, les solides présentés dans cette section sont tous réguliers.

1 Indique si chacun des énoncés suivants est vrai ou faux.

a) Toutes les boules sont semblables.

Vrai

b) Deux cylindres ayant le même rayon sont nécessairement semblables.

Faux

c) Si le rapport des aires de deux solides est de 8, alors le rapport de similitude de ces deux solides est de 2.

Faux

d) Le rapport des hauteurs de deux cônes semblables est équivalent au rapport de leurs rayons.

Vrai

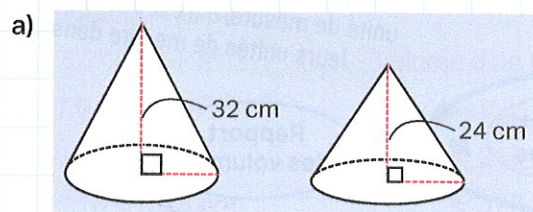
e) Les angles homologues de deux solides semblables ne sont pas nécessairement isométriques.

Faux

f) Si le rapport des volumes de deux sphères est de 27, alors le rayon de la plus grande mesure le triple de la plus petite.

Vrai

2 Les paires de solides ci-dessous sont semblables. Dans chaque cas, trouve le rapport de similitude, le rapport des aires et le rapport des volumes. Tous les rapports peuvent être inversés.

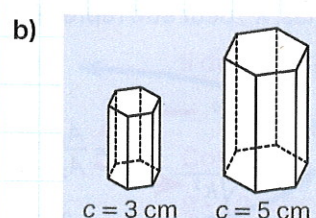


$$k = \frac{32}{24} = \frac{4}{3}$$

$$k^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$$

$$k^3 = \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{64}{27}$$

$$k = \frac{4}{3} \quad k^2 = \frac{16}{9} \quad k^3 = \frac{64}{27}$$

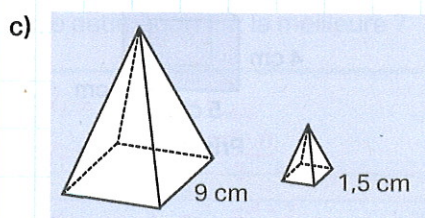


$$k = \frac{3}{5}$$

$$k^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

$$k^3 = \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$$

$$k = \frac{3}{5} \quad k^2 = \frac{9}{25} \quad k^3 = \frac{27}{125}$$

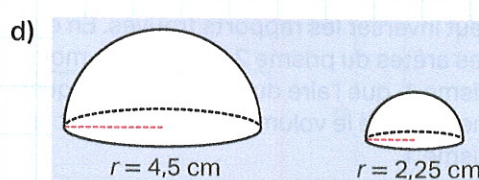


$$k = \frac{9}{1,5} = 6$$

$$k^2 = 6^2 = 36$$

$$k^3 = 6^3 = 216$$

$$k = 6 \quad k^2 = 36 \quad k^3 = 216$$



$$k = \frac{4,5}{2,25} = 2$$

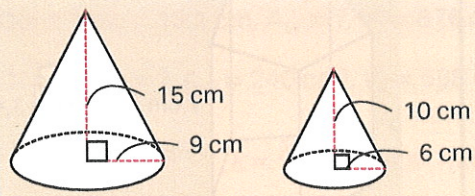
$$k^2 = 2^2 = 4$$

$$k^3 = 2^3 = 8$$

$$k = 2 \quad k^2 = 4 \quad k^3 = 8$$

- 3 Dans chaque cas, détermine si les deux solides sont semblables. Si oui, donne le rapport de similitude k . **Tous les rapports peuvent être inversés.**

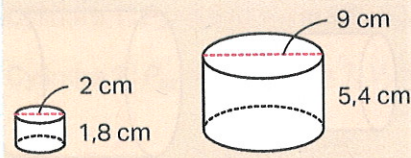
a)



$$\frac{9}{6} = \frac{3}{2} \text{ et } \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

Réponse : Oui, $k = \frac{3}{2}$

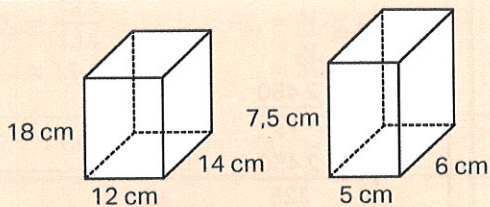
b)



$$\frac{1,8}{5,4} = \frac{1}{3} \text{ et } \frac{2}{9}$$

Réponse : Non

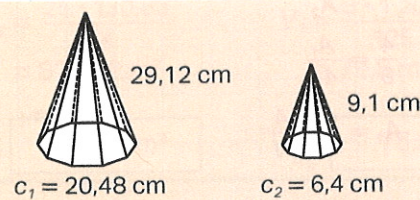
c)



$$\frac{18}{7,5} = \frac{12}{5}, \frac{12}{5} \text{ et } \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

Réponse : Non

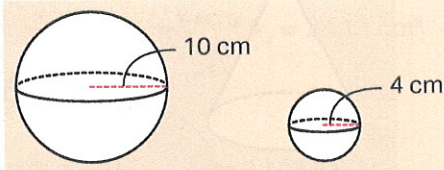
d)



$$\frac{20,48}{6,4} = 3,2 \text{ et } \frac{29,12}{9,1} = 3,2$$

Réponse : Oui, $k = 3,2$

e)

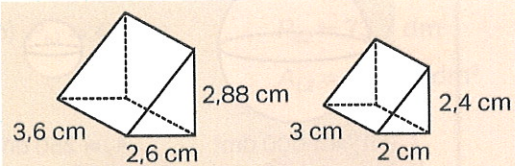


Toutes les boules sont semblables.

$$\frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

Réponse : Oui, $k = \frac{5}{2}$

f)



$$\frac{3,6}{3} = 1,2, \frac{2,6}{2} = 1,3, \frac{2,88}{2,4} = 1,2$$

Réponse : Non

- 4 À partir des rapports entre ces paires de solides semblables, détermine les rapports demandés.

a) Le rapport des rayons de deux cônes est de $\frac{8}{9}$.

Rapport des aires : $\frac{64}{81}$.

b) Le rapport des volumes de deux prismes est de 205,379.

Rapport des aires : 34,81.

c) Le rapport des aires de deux boules est de $\frac{144}{25}$.

Rapport des volumes : $\frac{1728}{125}$.

$$k = \frac{8}{9} \quad k^2 = \left(\frac{8}{9}\right)^2 = \frac{64}{81}$$

$$k = \sqrt[3]{205,379} = 5,9 \quad k^2 = 5,9^2 = 34,81$$

$$k = \sqrt{\frac{144}{25}} = \frac{12}{5} \quad k^3 = \left(\frac{12}{5}\right)^3 = \frac{1728}{125}$$

- 6 Dans chaque cas, on donne les mesures d'une paire de solides semblables. Trouve les mesures demandées à l'aide du rapport approprié. **Tous les rapports peuvent être inversés.**

a) Cône 1 : $a_1 = 13,1$ cm, $A_{b1} = ?$, $V_1 = 876$ cm³

Cône 2 : $a_2 = ?$, $A_{b2} = 240$ cm², $V_2 = 598$ cm³

$$k^3 = \frac{876}{598} \approx 1,46 \quad k = \sqrt[3]{k^3} \quad k^2 \approx 1,29$$

$$\approx 1,14$$

$$k = \frac{a_1}{a_2} \quad k^2 = \frac{A_{b1}}{A_{b2}}$$

$$\frac{1,14}{1} = \frac{13,1}{a_2} \quad \frac{1,29}{1} = \frac{A_{b1}}{240}$$

$$a_2 = \frac{13,1}{1,14} \quad A_{b1} = 1,29 \cdot 240$$

$$\approx 11,49 \text{ cm} \quad \approx 309,6 \text{ cm}^2$$

$$a_2 \approx 11,49 \text{ cm}$$

$$A_{b1} \approx 309,6 \text{ cm}^2$$

b) Cylindre 1 : $P_{b1} = 8$ m, $A_{T1} = 130,83$ m², $V_1 = ?$

Cylindre 2 : $P_{b2} = 20$ m, $A_{T2} = ?$, $V_2 = 1\,200$ m³

$$k = \frac{8}{20} = \frac{2}{5} \quad k^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} \quad k^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^3$$

$$= \frac{8}{125}$$

$$k^2 = \frac{A_{T1}}{A_{T2}} \quad k^3 = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\frac{4}{25} = \frac{130,83}{A_{T2}} \quad \frac{8}{125} = \frac{V_1}{1\,200}$$

$$A_{T2} \approx \frac{25 \cdot 130,83}{4} \quad V_1 = \frac{8 \cdot 1\,200}{125}$$

$$\approx 817,69 \text{ m}^2 \quad = 76,8 \text{ m}^3$$

$$A_{T2} = 817,69 \text{ m}^2$$

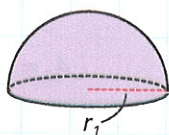
$$V_1 = 76,8 \text{ m}^3$$

Exercice +

- 7 Pour chaque paire de solides semblables, trouve les rapports et les mesures demandés. Utilise une feuille mobile pour effectuer tes calculs. **Tous les rapports peuvent être inversés.**

a) $A_1 = 603,19$ cm² $A_2 = 24,13$ cm²

$V_1 = 1\,072,33$ cm³



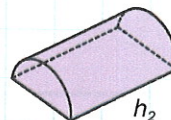
$$k^2 = 25 \quad r_1 = 8 \text{ cm}$$

$$k = 5 \quad V_2 \approx 8,57 \text{ cm}^3$$

b) $P_{b1} = 42$ dm

$P_{b2} = 73,7$ dm

$A_{L2} = 271,14$ dm²

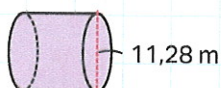
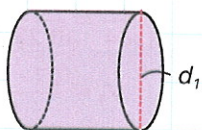


$$k \approx 0,57 \quad h_2 \approx 3,68 \text{ dm}$$

$$k^2 \approx 0,32 \quad A_{L1} \approx 86,76 \text{ dm}^2$$

c) $A_{b1} = 1\,225$ m² $A_{b2} = 100$ m²

$V_2 = 348$ m³



$$k = 3,5 \quad d_1 = 39,48 \text{ m}$$

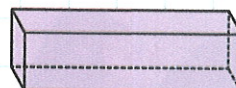
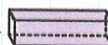
$$k^2 = 12,25 \quad V_1 = 14\,920,5 \text{ m}^3$$

d) $h_1 = 22$ cm

$h_2 = 132$ cm

$A_{T1} = 600$ cm²

$V_2 = 171\,072$ cm³



$$k = 6 \quad A_{T2} = 21\,600 \text{ cm}^2$$

$$k^3 = 216 \quad V_1 = 792 \text{ cm}^3$$

8 Dans chaque cas, trouve la mesure demandée.

Astuce

Souviens-toi que toutes les boules sont semblables.

- a) L'aire d'une boule est de 260 dm^2 . Si l'on triple son rayon, quelle sera l'aire de la boule obtenue ?

$$\begin{aligned} k &= 3 \\ k^2 &= 3^2 = 9 \\ k^2 &= \frac{A_g}{A_p} \\ \frac{9}{1} &= \frac{A_g}{260} \\ A_g &= 9 \cdot 260 \\ &= 2\,340 \text{ dm}^2 \end{aligned}$$

$$A_g = \boxed{2\,340 \text{ dm}^2}$$

- b) Le volume d'un prisme droit est de 238 mm^3 . Si l'on réduit de moitié ses dimensions, quel sera le volume du prisme obtenu ?

$$\begin{aligned} k &= \frac{1}{2} \\ k^3 &= \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} \\ k^3 &= \frac{V_p}{V_g} \\ \frac{1}{8} &= \frac{V_p}{238} \\ V_p &= \frac{238}{8} \\ &= 29,75 \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

$$V_p = \boxed{29,75 \text{ mm}^3}$$

- c) La hauteur d'une pyramide est de 12 cm . Quelle est la hauteur d'une pyramide semblable dont le volume est le quintuple de la pyramide originale ?

$$\begin{aligned} k^3 &= 5 \\ k &= \sqrt[3]{5} \approx 1,71 \\ k &\approx \frac{h_g}{h_p} \\ \frac{1,71}{1} &\approx \frac{h_g}{12} \\ h_g &\approx 1,71 \cdot 12 \\ &\approx 20,52 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$h_g = \boxed{20,52 \text{ cm}}$$

- d) Deux prismes sont semblables. Les arêtes du premier sont cinq fois plus petites que celles du second. Si l'aire du premier prisme est de 44 cm^2 , quelle est l'aire du second ?

$$\begin{aligned} k &= \frac{1}{5} \\ k^2 &= \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25} \\ k^2 &= \frac{A_1}{A_2} \\ \frac{1}{25} &= \frac{44}{A_2} \\ A_2 &= 25 \cdot 44 \\ &= 1\,100 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$A_2 = \boxed{1\,100 \text{ cm}^2}$$

- e) L'aire totale d'une demi-boule est de 90 mm^2 . Si le volume d'une seconde demi-boule correspond aux $\frac{64}{27}$ de la première, quelle est l'aire de la seconde demi-boule ?

$$\begin{aligned} k^3 &= \frac{64}{27} \\ k &= \sqrt[3]{\frac{64}{27}} = \frac{4}{3} \\ k^2 &= \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} \\ k^2 &= \frac{A_g}{A_p} \\ \frac{16}{9} &= \frac{A_g}{90} \\ A_g &= \frac{16 \cdot 90}{9} \\ &= 160 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

$$A_g = \boxed{160 \text{ mm}^2}$$

- f) Deux cônes sont semblables. L'aire du premier correspond aux $\frac{9}{16}$ du second. Si le volume du second cône est de $1\,230 \text{ dm}^3$, quel est le volume du premier ?

$$\begin{aligned} k^2 &= \frac{9}{16} \\ k &= \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4} \\ k^3 &= \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64} \\ k^3 &= \frac{V_1}{V_2} \\ \frac{27}{64} &= \frac{V_1}{1\,230} \\ V_1 &= \frac{27 \cdot 1\,230}{64} \\ &\approx 518,91 \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

$$V_1 \approx \boxed{518,91 \text{ dm}^3}$$

- 9 Sabine offre à chacune de ses deux meilleures amies une boule de l'amitié. Les deux boules sont de dimensions différentes. Le rapport de leurs volumes est de 2,744.

- a) Si le diamètre de la plus petite des deux boules est de 5 cm, quelle est la mesure du diamètre de la plus grande ?

Réponse : 7 cm

$$k = \sqrt[3]{2,744} = 1,4$$

$$k = \frac{d_g}{d_p}$$

$$\frac{1,4}{1} = \frac{d_g}{5}$$

$$d_g = 1,4 \cdot 5 = 7 \text{ cm}$$

- b) Quelle est l'aire de la plus petite des deux boules si l'aire de la plus grande est de 153,938 cm² ?

Réponse : Environ 78,54 cm²

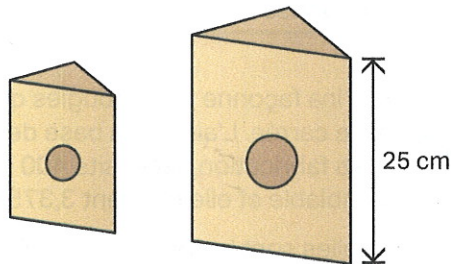
$$k^2 = 1,4^2 = 1,96$$

$$k^2 = \frac{A_g}{A_p} \rightarrow \frac{1,96}{1} = \frac{153,938}{A_p}$$

$$A_p = \frac{153,938}{1,96}$$

$$\approx 78,54 \text{ cm}^2$$

- 10 Boris dispose de planches de bois dont la somme des surfaces est de 1 137,5 cm². Il fabrique deux mangeoires à oiseaux qui ont la forme d'un prisme droit à base triangulaire. La première mangeoire a un volume de 1 124 cm³ et une surface de 350 cm². Boris prend le bois qui reste pour fabriquer la seconde mangeoire.



- a) Si les deux mangeoires à oiseaux sont semblables, quel est le volume de la seconde ?

$$k^2 = \frac{A_g}{A_p} = \frac{1\,137,5 - 350}{350} = 2,25$$

$$k^3 = 1,5^3 = 3,375$$

$$k = \sqrt{2,25} = 1,5$$

$$k^3 = \frac{V_g}{V_p} \rightarrow \frac{3,375}{1} = \frac{V_g}{1\,124}$$

$$V_g = 3,375 \cdot 1\,124 = 3\,793,5 \text{ cm}^3$$

Réponse : 3 793,5 cm³

- b) Si la hauteur de la seconde mangeoire est de 25 cm, quelle est la hauteur de la première ?

$$k = \frac{h_g}{h_p} \rightarrow \frac{1,5}{1} = \frac{25}{h_p}$$

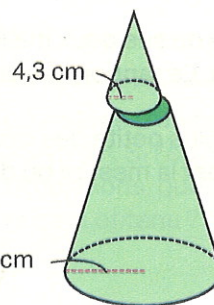
$$h_p = \frac{25}{1,5} \approx 16,67 \text{ cm}$$

Réponse : Environ 16,67 cm



- 11 On coupe un cône circulaire droit parallèlement à sa base pour obtenir un petit cône semblable au premier. Le rayon de la base du cône original est de 9,46 cm et son apothème est de 22,22 cm.

Si le rayon de la base du petit cône est de 4,3 cm, quelle est sa hauteur ?



Astuce

Lorsqu'on coupe une pyramide ou un cône de façon parallèle à sa base, on obtient toujours un petit solide semblable au solide initial. La partie qui se trouve sous la coupe s'appelle « tronc ».

$$k = \frac{9,46}{4,3} = 2,2$$

Apothème du petit cône :

$$k = \frac{a_g}{a_p}$$

$$\frac{2,2}{1} = \frac{22,22}{a_p}$$

$$a_p = \frac{22,22}{2,2}$$

$$= 10,1 \text{ cm}$$

On trouve la hauteur du nouveau cône à l'aide de la relation de Pythagore.

$$a^2 = r^2 + h^2$$

$$10,1^2 = 4,3^2 + h^2$$

$$102,01 = 18,49 + h^2$$

$$83,52 = h^2$$

$$h = \sqrt{83,52}$$

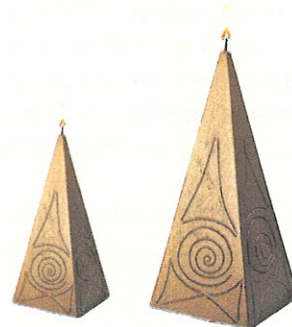
$$\approx 9,14 \text{ cm}$$

Réponse : Environ 9,14 cm

- 12 Katrina façonne deux bougies qui ont la forme de pyramides à base carrée. L'aire de la base de la première bougie est de 81 cm² et sa fabrication nécessite 400 ml de cire. La seconde bougie est semblable et elle contient 3,375 fois plus de cire.

CD2

Quelles sont les mesures du côté de la base et de la hauteur de chacune des bougies ?



$$k^3 = 3,375$$

Petite bougie :

$$A = c^2$$

$$k = \sqrt[3]{3,375} = 1,5$$

$$81 = c^2$$

$$c = \sqrt{81} = 9 \text{ cm}$$

$$400 \text{ ml} = 400 \text{ cm}^3$$

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$$

$$400 = \frac{81h}{3}$$

$$1\,200 = 81h$$

$$h \approx 14,8 \text{ cm}$$

Grande bougie :

$$k = \frac{c_g}{c_p} \rightarrow \frac{1,5}{1} = \frac{c_g}{9}$$

$$c_g = 1,5 \cdot 9$$

$$= 13,5 \text{ cm}$$

$$k = \frac{h_g}{h_p} \rightarrow \frac{1,5}{1} = \frac{h_g}{14,8}$$

$$h_g \approx 1,5 \cdot 14,8$$

$$\approx 22,2 \text{ cm}$$

Petite bougie : $c = 9 \text{ cm}$ et $h \approx 14,8 \text{ cm}$

Grande bougie : $c = 13,5 \text{ cm}$ et $h \approx 22,2 \text{ cm}$

- 13** Henri est propriétaire d'une érablière. Il vend deux formats semblables de boîtes de sirop d'érable. Si une boîte du premier format a une hauteur de 15 cm et se vend 5,99 \$, quel devrait être le prix d'une boîte du second format d'une hauteur de 20 cm ? Justifie ta réponse.

Puisqu'il s'agit de la quantité de sirop vendue selon le format, on doit multiplier le prix par k^3 pour trouver le nouveau prix.

$$k = \frac{20}{15} = \frac{4}{3} \quad \text{Donc, } k^3 = \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{64}{27}$$

$$5,99 \cdot \frac{64}{27} \approx 14,20 \$$$

Réponse : Environ 14,20 \$

- 14** Le rapport des volumes de deux cubes est de 8 : 27.

CD2 Si l'aire totale du plus petit cube est de 48 cm², quelle est l'aire d'une face du plus grand cube ?

$$A_1 = 48 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = ?$$

$$k^3 = \frac{8}{27}$$

$$k = \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$$

$$k^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$k^2 = \frac{A_{T1}}{A_{T2}}$$

$$\frac{4}{9} = \frac{48}{A_{T2}}$$

$$A_{T2} = \frac{9 \cdot 48}{4}$$

$$= 108 \text{ cm}^2$$

$$A_{T2} = 6 \cdot A_{\text{face}}$$

$$108 = 6 \cdot A_{\text{face}}$$

$$A_{\text{face}} = \frac{108}{6}$$

$$= 18 \text{ cm}^2$$

Réponse : 18 cm²

- 15** Paula doit résoudre le problème suivant :

CD2

L'aire latérale d'un cône correspond au seizième de celle d'un second cône semblable. Si le volume du second cône est de 1 280 dm³, quel est le volume du premier cône ?

Paula trouve $V_1 = 80 \text{ dm}^3$, mais elle a tort. Explique son erreur et trouve la bonne réponse.

Paula a utilisé le mauvais rapport $\left(k^2 = \frac{A_1}{A_2}\right)$ pour trouver V_1 .

$$k^2 = \frac{1}{16}$$

$$k = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$$

$$k^3 = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$$

$$k^3 = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\frac{1}{64} = \frac{V_1}{1\,280}$$

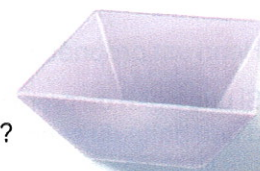
$$V_1 = \frac{1\,280}{64} = 20 \text{ dm}^3$$

Réponse : Paula a utilisé le mauvais rapport $\left(k^2 = \frac{A_1}{A_2}\right) \cdot \frac{V_1}{V_2} = k^3$ et $V_1 = 20 \text{ dm}^3$

- 16** Le bol ci-contre a une hauteur de 7 cm et une capacité de 750 ml. Il a la forme d'un tronc de pyramide à base carrée.

CD2

Quelle est la capacité d'un bol semblable à celui-ci d'une hauteur de 10 cm ?



$$k = \frac{7}{10}$$

$$k^3 = \left(\frac{7}{10}\right)^3 = \frac{343}{1000}$$

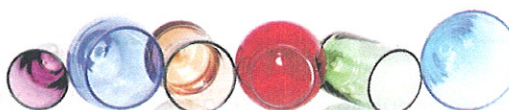
$$k^3 = \frac{V_p}{V_g}$$

$$\frac{343}{1000} = \frac{750}{V_g}$$

$$V_g = \frac{1000 \cdot 750}{343}$$

$$\approx 2\,186,58 \text{ ml}$$

Réponse : Environ 2 186,58 ml



- 17** Léa est souffleuse de verre. Elle fabrique trois vases semblables de forme cylindrique. La capacité du premier est le double de celle du deuxième vase, tandis que la capacité du deuxième vase correspond au quart du troisième. La capacité totale des trois vases est de 5,6 L.

Trouve la capacité de chacun des trois vases. Trouve ensuite leur hauteur, sachant que la hauteur du plus petit vase est de 12 cm.

Astuce

Identifie par x l'inconnue qui représente la plus petite quantité.

Capacité des trois vases (L) :

Vase 1 : $2x$

$$2x + x + 4x = 5,6$$

$$\text{Vase 1 : } 2 \cdot 0,8 = 1,6 \text{ L}$$

Vase 2 : x

$$7x = 5,6$$

$$\text{Vase 2 : } 0,8 \text{ L}$$

Vase 3 : $4x$

$$x = 0,8$$

$$\text{Vase 3 : } 4 \cdot 0,8 = 3,2 \text{ L}$$

La capacité du vase 1 est 2 fois celle du vase 2. Donc, le rapport de leurs volumes est 2.

$$k^3 = 2 \text{ et } k = \sqrt[3]{2} \approx 1,26$$

$$k = \frac{h_1}{h_2} \rightarrow \frac{1,26}{1} \approx \frac{h_1}{12}$$

$$h_1 \approx 1,26 \cdot 12$$

$$\approx 15,12 \text{ cm}$$

La capacité du vase 3 est 4 fois celle du vase 2. Donc, le rapport de leurs volumes est 4.

$$k^3 = 4 \text{ et } k = \sqrt[3]{4} \approx 1,59$$

$$k = \frac{h_3}{h_2} \rightarrow \frac{1,59}{1} \approx \frac{h_3}{12}$$

$$h_3 \approx 1,59 \cdot 12$$

$$\approx 19,08 \text{ cm}$$

Vase 1 : 1,6 L et 15,12 cm

Vase 2 : 0,8 L et 12 cm

Vase 3 : 3,2 L et 19,08 cm

Exercices + supplémentaires

À moins d'indication contraire, les solides présentés dans cette section sont tous réguliers.

Questions à réponses courtes

Utilise une feuille mobile pour effectuer tes calculs.

Section 6.1

1 Effectue les opérations suivantes. Écris ta réponse en dm^3 .

a) $0,057 \text{ m}^3 + 0,0034 \text{ dam}^3 + 9\,000 \text{ cm}^3 = \underline{3\,466} \text{ dm}^3$

b) $420 \text{ cm}^3 + 0,025 \text{ m}^3 = \underline{25,42} \text{ dm}^3$

2 Convertis les unités de capacité suivantes en l'unité de volume demandée.

a) $12,5 \text{ cl} = \underline{125} \text{ cm}^3$

b) $0,45 \text{ kl} = \underline{450} \text{ dm}^3$

c) $88 \text{ dl} = \underline{8\,800\,000} \text{ mm}^3$

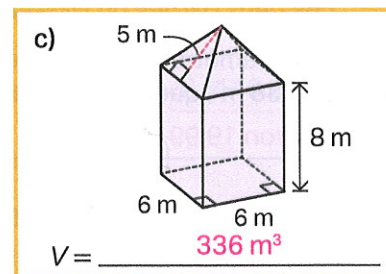
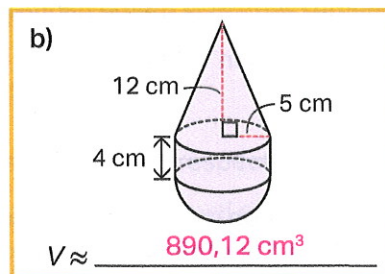
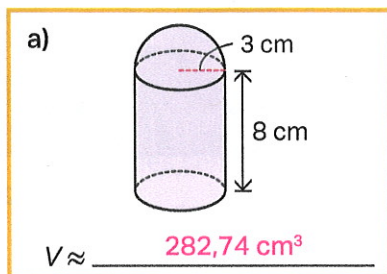
d) $12\,350 \text{ ml} = \underline{0,012\,35} \text{ m}^3$

e) $0,000\,26 \text{ hl} = \underline{26} \text{ cm}^3$

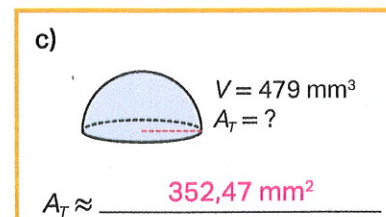
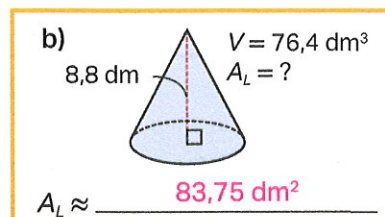
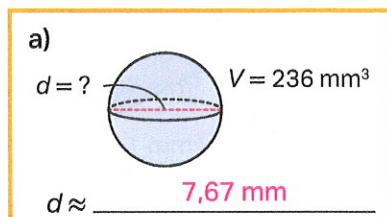
f) $3\,400\,000 \text{ dl} = \underline{0,34} \text{ dam}^3$

Sections 6.2 et 6.3

3 Trouve le volume des solides suivants.

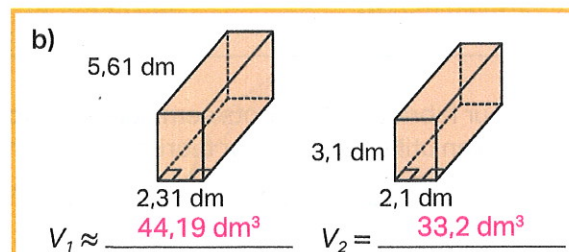
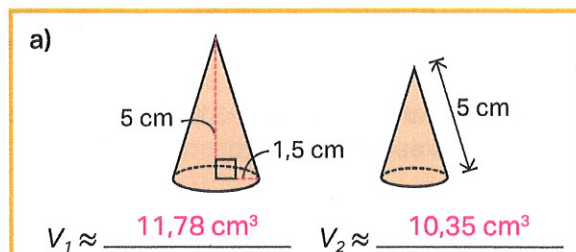


4 Pour chaque solide, trouve la mesure demandée.



Section 6.4

5 Trouve le volume des solides suivants. Les paires de solides sont semblables.



Questions à développement

Utilise une feuille mobile pour effectuer tes calculs.

Sections 6.1 et 6.2

- 6 Un vase de forme cylindrique a un diamètre de 16 cm et une hauteur de 28 cm.

Quelle est la capacité du vase en litres ?

5,63 L

- 7 Dans un cylindre, on peut insérer exactement quatre balles de tennis de 6,6 cm de diamètre.

Si le diamètre des balles et du cylindre est le même, quel pourcentage du cylindre représente l'espace inoccupé ?

Environ 33,33 %



Section 6.3

- 8 Un silo à grains a la forme d'un cône surmonté d'un cylindre. Les deux parties du silo ont le même rayon et la même hauteur.

Si le diamètre du silo est de 8,4 m et que son volume est de $738,36 \text{ m}^3$, quelle est sa hauteur totale ?

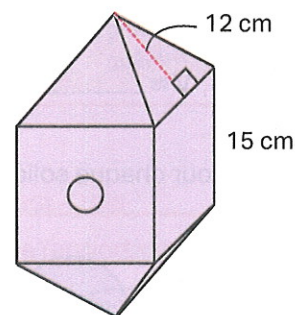
Environ 19,99 m



- 9 Une cabane à oiseaux est formée d'un cube et de deux pyramides isométriques. Les pyramides de 12 cm d'apothème sont fixées aux bases du cube de 15 cm d'arête. L'ouverture est un disque de 2,5 cm de rayon.

Trouve le volume et l'aire de la cabane, sans compter l'ouverture.

$V \approx 4\,780,12 \text{ cm}^3$ et $A_r \approx 1\,600,37 \text{ cm}^2$



Section 6.4

- 10 Pour la fête de son fils, Étienne fabrique deux formats de chapeau ayant la forme d'un cône circulaire droit. Le premier chapeau a un rayon de 7 cm et une aire latérale de 78 cm^2 . L'aire latérale du second est de 164 cm^2 .

Si les deux chapeaux sont semblables, quel est le diamètre du second chapeau ?

20,30 cm



- 11 Pour fabriquer deux pots semblables de forme cylindrique, Sarah dispose de 1 310,4 cl de terre cuite. Elle en utilise 350 cl pour fabriquer le premier, dont l'aire totale est de $1\,240 \text{ dm}^2$.

Quelle est l'aire totale du deuxième pot ?

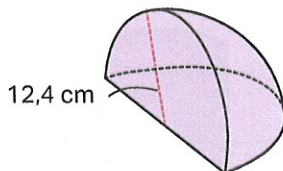
Environ $2\,430,4 \text{ dm}^2$

À moins d'indication contraire, les solides présentés dans cette section sont tous réguliers.

Questions à choix multiples

- 1 Quel est le volume d'un cylindre circulaire de 12,4 dm de hauteur et de 8,2 dm de diamètre ?
- a) 267,43 dm³ b) 327,43 dm³ **c) 654,85 dm³** d) 2 619,38 dm³

- 2 Le rayon d'un quart de boule mesure 12,4 cm.
Quelle est sa capacité en litres ?



- a) 2 L** b) 4 L
c) 6 L d) 8 L

- 3 Les volumes de deux cylindres semblables sont respectivement de 3 m³ et de 648 dm³.
Quel est le rapport des aires de ces deux cylindres ?

- a) 171 : 100 **b) 25 : 9** c) 10 : 3 d) 36 : 1

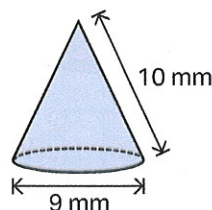
- 4 Le volume d'une demi-boule est de (150π) cm³. Quelle est son aire totale ?

- a) $(46,61\pi)$ cm² b) $(69,91\pi)$ cm² c) $(73,99\pi)$ cm² **d) $(110,98\pi)$ cm²**

- 5 Deux solides semblables ont des aires latérales respectives de 125 dm² et 5 m².
Si le volume du plus petit solide est de 480 dm³, quel est le volume du plus grand ?

- a) 60 dm³ b) 960 dm³ c) 1 920 dm³ **d) 3 840 dm³**

- 6 Un cône a un diamètre de 9 mm et un apothème de 10 mm.
Quel est son volume ?

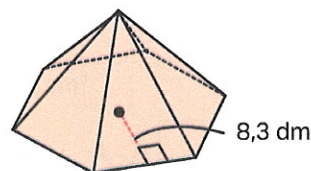


- a) 189,37 mm³** b) 212,06 mm³
c) 568,11 mm³ d) 636,17 mm³

- 7 Un prisme à base pentagonale a une hauteur de 45 cm. Le périmètre et l'apothème de sa base mesurent respectivement 25 cm et 3,44 cm.
Quel est le volume de ce prisme ?

- a) 387 cm³ b) 774 cm³ **c) 1 935 cm³** d) 3 870 cm³

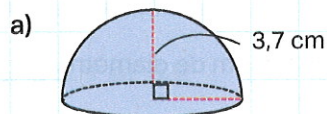
- 8 Le volume d'une pyramide à base hexagonale est de 956,16 dm³. Le périmètre et l'apothème de sa base mesurent respectivement 57,6 dm et 8,3 dm.
Quelle est la mesure de la hauteur de cette pyramide ?



- a) 18 dm **b) 12 dm** c) 6 dm d) 24 dm

Questions à réponses courtes

9 Trouve le volume des solides suivants.

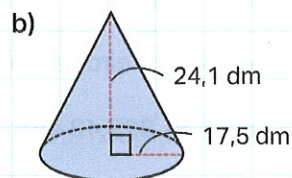


$$V = \frac{2\pi r^3}{3}$$

$$= \frac{2 \cdot \pi \cdot 3,7^3}{3}$$

$$\approx 106,09 \text{ cm}^3$$

$$V \approx \boxed{106,09 \text{ cm}^3}$$

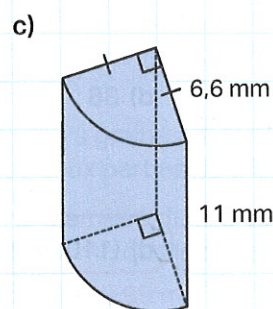


$$V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$$

$$= \frac{\pi \cdot 17,5^2 \cdot 24,1}{3}$$

$$\approx 7\,728,97 \text{ dm}^3$$

$$V \approx \boxed{7\,728,97 \text{ dm}^3}$$

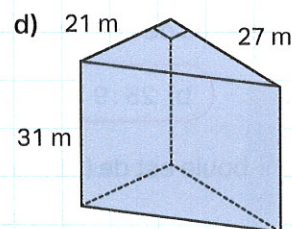


$$V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{4}$$

$$= \frac{\pi \cdot 6,6^2 \cdot 11}{4}$$

$$\approx 376,33 \text{ mm}^3$$

$$V \approx \boxed{376,33 \text{ mm}^3}$$



$$V = \frac{b \cdot h_{\text{triangle}}}{2} \cdot h_{\text{prisme}}$$

$$= \frac{27 \cdot 21}{2} \cdot 31$$

$$= 8\,788,5 \text{ m}^3$$

$$V = \boxed{8\,788,5 \text{ m}^3}$$

10 Dans chaque cas, trouve la mesure demandée.



$d = ?$

$$V = 276 \text{ mm}^3$$

$$V = \frac{2\pi r^3}{3}$$

$$276 = \frac{2\pi r^3}{3}$$

$$\frac{276 \cdot 3}{2\pi} = r^3$$

$$r^3 \approx 131,78$$

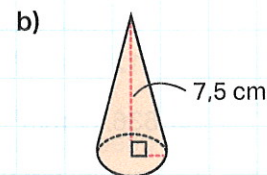
$$r \approx \sqrt[3]{131,78}$$

$$\approx 5,09 \text{ mm}$$

$$d \approx 2 \cdot 5,09$$

$$\approx 10,18 \text{ mm}$$

$$d \approx \boxed{10,18 \text{ mm}}$$



$r = ?$

$$V = 29 \text{ cm}^3$$

$$V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$$

$$29 = \frac{\pi r^2 \cdot 7,5}{3}$$

$$\frac{29 \cdot 3}{7,5\pi} = r^2$$

$$3,69 \approx r^2$$

$$r \approx \sqrt{3,69}$$

$$\approx 1,92 \text{ cm}$$

$$r \approx \boxed{1,92 \text{ cm}}$$

Retour

- 11 Le rayon d'un huitième de boule est de 30 cm. Quelle est sa capacité en litres ?

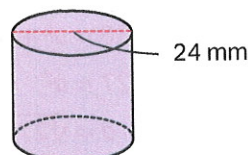
$$V = \frac{4\pi r^3}{3} \cdot \frac{1}{8}$$

$$= \frac{\pi \cdot 30^3}{6}$$

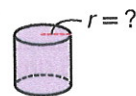
$$\approx 14\,137,17 \text{ cm}^3 \approx 14,14 \text{ dm}^3 \approx 14,14 \text{ L}$$

Capacité $\approx$ 14 L

- 12 Le volume d'un cylindre est de 702 mm^3 et son diamètre mesure 24 mm. Le volume d'un cylindre semblable étant de 26 mm^3 , quelle est la mesure de son rayon ?



$$V = 702 \text{ mm}^3$$



$$V = 26 \text{ mm}^3$$

$$k^3 = \frac{702}{26}$$

$$= 27$$

$$k = \sqrt[3]{27}$$

$$= 3$$

$$k = \frac{d_1}{d_2} \rightarrow 3 = \frac{24}{d_2}$$

$$d_2 = \frac{24}{3}$$

$$= 8 \text{ mm}$$

$$r = \frac{8}{2}$$

$$= 4 \text{ mm}$$

$r =$ 4 mm

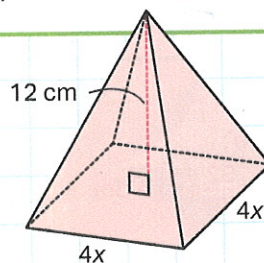
- 13 Le côté de la base d'une pyramide droite à base carrée est représenté par l'expression $4x$. Si la hauteur de cette pyramide mesure 12 cm, quelle expression algébrique représente son volume ?

$$V = \frac{c^2 \cdot h}{3}$$

$$= \frac{(4x)^2 \cdot 12}{3}$$

$$= \frac{16x^2 \cdot 12}{3}$$

$$= (64x^2) \text{ cm}^3$$



$$V =$$
 $(64x^2) \text{ cm}^3$

- 14 Deux prismes semblables ont des hauteurs respectives de 90 cm et de 12 cm. L'aire latérale du premier prisme étant de $1\,244 \text{ cm}^2$, quelle est l'aire latérale du second ?

$$k = \frac{90}{12} = \frac{15}{2}$$

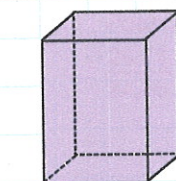
$$k^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2$$

$$= \frac{225}{4}$$

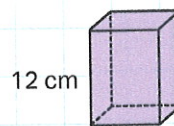
$$k^2 = \frac{A_{L1}}{A_{L2}} \rightarrow \frac{225}{4} = \frac{1\,244}{A_{L2}}$$

$$A_{L2} = \frac{4 \cdot 1\,244}{225}$$

$$\approx 22,12 \text{ cm}^2$$



$$A_{L1} = 1\,244 \text{ cm}^2$$



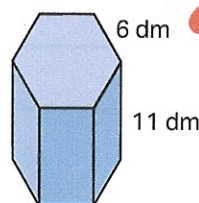
$$A_{L2} = ?$$

$A_{L2} \approx$ 22,12 cm²

Questions à développement

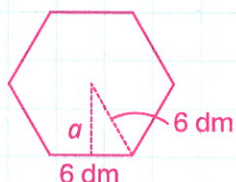
- 15 Marie fabrique un récupérateur d'eau de pluie ayant la forme d'un prisme droit de 11 dm de hauteur. La base du récupérateur est un hexagone régulier de 6 dm de côté.

Quelle est la capacité en litres de ce récupérateur ?



Astuce

Souviens-toi qu'un hexagone est composé de six triangles équilatéraux.



$$6^2 = a^2 + 3^2$$

$$36 = a^2 + 9$$

$$27 = a^2$$

$$a = \sqrt{27}$$

$$\approx 5,2 \text{ dm}$$

$$V = \frac{nca}{2} \cdot h$$

$$\approx \frac{6 \cdot 6 \cdot 5,2}{2} \cdot 11$$

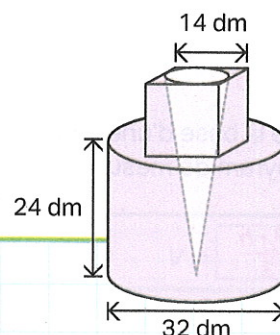
$$\approx 1\,029,6 \text{ dm}^3$$

$$\approx 1\,029,6 \text{ L}$$

Réponse : Environ 1 029,6 L

- 16 Une entreprise qui conçoit des pièces en métal vient de recevoir une commande. Elle doit fabriquer une pièce ayant la forme d'un cylindre surmonté d'un cube, le tout percé de part en part par un cône vide.

Quel est le volume total de cette pièce ?



Cylindre :

$$r = \frac{d}{2} = \frac{32}{2} = 16 \text{ dm}$$

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

$$= \pi \cdot 16^2 \cdot 24$$

$$\approx 19\,301,95 \text{ dm}^3$$

Cône :

$$r = \frac{d}{2} = \frac{14}{2} = 7 \text{ dm}$$

$$h = 14 + 24 = 38 \text{ dm}$$

$$V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$$

$$= \frac{\pi \cdot 7^2 \cdot 38}{3}$$

$$\approx 1\,949,88 \text{ dm}^3$$

Volume total :

$$V \approx 19\,301,95 + 2\,744 - 1\,949,88$$

$$\approx 20\,096,07 \text{ dm}^3$$

Cube :

$$V = c^3$$

$$= 14^3$$

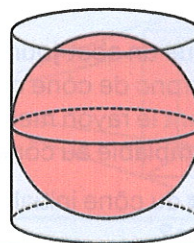
$$= 2\,744 \text{ dm}^3$$

Réponse : Environ 20 096,07 dm³

- 17 Dans un cylindre aussi haut que large, on a introduit la plus grande boule possible. L'aire de cette boule est de 2 300 cm².

CD2

Combien de litres de liquide peut-il y avoir dans ce cylindre en plus de la boule ?



$$\begin{aligned} A_{\text{boule}} &= 4\pi r^2 \\ 2\,300 &= 4\pi r^2 \\ 183,03 &\approx r^2 \\ r &\approx \sqrt{183,03} \\ &\approx 13,53 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{\text{boule}} &= \frac{4\pi r^3}{3} \\ &\approx \frac{4 \cdot \pi \cdot 13,53^3}{3} \\ &\approx 10\,374,85 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Cylindre :} \\ r &\approx 13,53 \text{ cm} \\ h &\approx 2 \cdot 13,53 \\ &\approx 27,06 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{\text{cylindre}} &= \pi r^2 \cdot h \\ &\approx \pi \cdot 13,53^2 \cdot 27,06 \\ &\approx 15\,562,28 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

De manière plus formelle, on peut trouver le volume du liquide à l'aide des formules de volume :

$$V_{\text{cylindre}} = \pi r^2 h = \pi r^2 \cdot 2r = 2\pi r^3 \text{ et } V_{\text{sphère}} = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{2}{3} V_{\text{cylindre}}$$

Donc, le volume du liquide est égal à $\frac{1}{3} V_{\text{cylindre}}$.

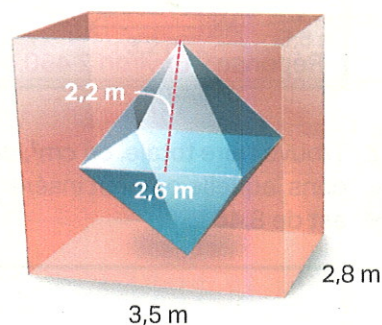
$$\begin{aligned} \text{Espace libre :} \\ 15\,562,28 - 10\,374,85 \\ &\approx 5\,187,43 \text{ cm}^3 \\ &\approx 5\,187,43 \text{ ml} \\ &\approx 5,19 \text{ L} \end{aligned}$$

Réponse : Environ 5,19 L

- 18 Un artiste expose sa plus récente œuvre dans une galerie d'art. Elle est composée d'un prisme à base rectangulaire vide dans lequel il a inséré deux pyramides à base carrée isométriques. La hauteur du prisme est égale à la somme des hauteurs des pyramides.

CD2

Quel pourcentage du prisme représente l'espace inoccupé ?



$$\begin{aligned} \text{Hauteur de la pyramide :} \\ 2,2^2 &= h^2 + 1,3^2 \\ 4,84 &= h^2 + 1,69 \\ 3,15 &= h^2 \\ h &= \sqrt{3,15} \\ &\approx 1,77 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Hauteur du prisme :} \\ 2 \cdot 1,77 &\approx 3,54 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Volume du prisme :} \\ V &= A_b \cdot h_{\text{prisme}} \\ &\approx (3,5 \cdot 2,8) \cdot 3,54 \\ &\approx 34,69 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Volume des deux pyramides :} \\ V &= 2 \left(\frac{c^2 \cdot h}{3} \right) \\ &\approx 2 \cdot \left(\frac{2,6^2 \cdot 1,77}{3} \right) \\ &\approx 7,98 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Volume de l'espace libre :} \\ 34,69 - 7,98 &\approx 26,71 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Pourcentage de l'espace libre :} \\ \frac{26,71}{34,69} &\approx \frac{x}{100} \\ x &\approx \frac{26,71 \cdot 100}{34,69} \\ &\approx 77 \end{aligned}$$

Réponse : Environ 77 %

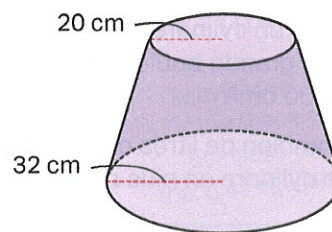
Retour

19

CD2

Paula fabrique un abat-jour pour sa lampe de chevet. Il a la forme d'un tronc de cône obtenu en sectionnant un cône circulaire dont le rayon mesure 32 cm. Le cône qu'elle a retiré est semblable au cône initial. Son rayon est de 20 cm.

Si la hauteur du cône initial était de 24 cm, quelle est l'aire latérale de l'abat-jour ?



$$k = \frac{32}{20} = \frac{8}{5}$$

Apothème du cône initial :

$$\begin{aligned} a^2 &= 32^2 + 24^2 \\ &= 1\,024 + 576 \end{aligned}$$

$$= 1\,600$$

$$a = \sqrt{1\,600} = 40 \text{ cm}$$

Apothème du cône enlevé :

$$k = \frac{a_1}{a_2}$$

$$\frac{8}{5} = \frac{40}{a_2}$$

$$a_2 = \frac{5 \cdot 40}{8} = 25 \text{ cm}$$

Aire latérale du cône initial :

$$\begin{aligned} A_L &= \pi r a \\ &= \pi \cdot 32 \cdot 40 \\ &\approx 4\,021,24 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Aire latérale du cône enlevé :

$$\begin{aligned} A_L &= \pi r a \\ &= \pi \cdot 20 \cdot 25 \\ &\approx 1\,570,8 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Aire latérale de l'abat-jour :

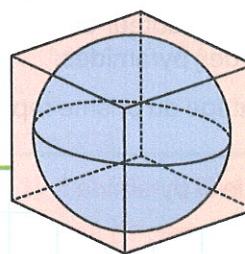
$$4\,021,24 - 1\,570,8 \approx 2\,450,44 \text{ cm}^2$$

Réponse : Environ 2 450,44 cm²

20

CD2

Trouve l'aire totale, en cm², de la plus petite boîte cubique dans laquelle on peut insérer une boule dont la capacité est de 8,46 L.



$$8,46 \text{ L} = 8\,460 \text{ ml ou cm}^3$$

$$\text{Donc, } V_{\text{boule}} = 8\,460 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{boule}} = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$8\,460 = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

$$\frac{3 \cdot 8\,460}{4\pi} = r^3$$

$$2\,019,68 \approx r^3$$

$$r \approx \sqrt[3]{2\,019,68}$$

$$\approx 12,65 \text{ cm}$$

Mesure de l'arête du cube :

$$2 \cdot 12,65 \approx 25,3 \text{ cm}$$

On doit arrondir à la hausse pour que la boule entre dans la boîte.

Aire de la boîte :

$$A_T = 6c^2$$

$$\approx 6 \cdot 25,3^2$$

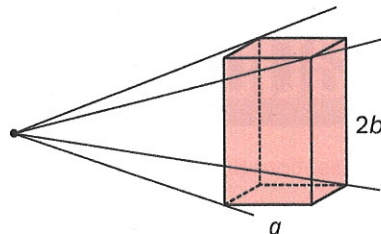
$$\approx 3\,840,54 \text{ cm}^2$$

Réponse : Environ 3 840,54 cm²

- 21 Laurence doit reproduire le prisme droit à base carrée ci-contre à l'aide d'une homothétie de rapport 4.

CD2

Quelle expression algébrique représente le volume du prisme obtenu ?



$$\begin{aligned} V_1 &= A_b \cdot h \\ &= a^2 \cdot 2b \\ &= 2a^2b \end{aligned}$$

$$k = 4$$

$$k^3 = 4^3 = 64$$

Le volume du prisme obtenu est donc 64 fois plus grand que celui du prisme initial.

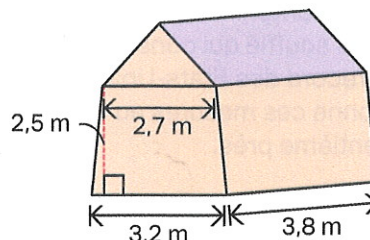
$$\begin{aligned} V_2 &= 64 \cdot V_1 \\ &= 64 \cdot 2a^2b \\ &= 128a^2b \end{aligned}$$

Réponse : $128a^2b$

- 22 Sacha a construit une remise. Elle est constituée d'un prisme à base trapézoïdale surmonté d'un prisme à base triangulaire. Le toit, formé de deux rectangles isométriques, doit être recouvert de bardeaux dont le coût est de 38 \$/m². Le volume total de la remise est de 43 m³.

CD2

Combien Sacha paiera-t-il pour sa toiture ?



Prisme trapézoïdal :

$$\begin{aligned} V &= \left(\frac{(B + b) \cdot h_{\text{trapèze}}}{2} \right) \cdot h_{\text{prisme}} \\ &= \left(\frac{(3,2 + 2,7) \cdot 2,5}{2} \right) \cdot 3,8 \\ &= 28,025 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Côté du rectangle formant le toit :

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ &= \left(\frac{2,7}{2} \right)^2 + 2,92^2 \\ &= 10,3489 \\ c &= \sqrt{10,3489} \\ &\approx 3,22 \text{ m} \end{aligned}$$

Prisme triangulaire :

$$\begin{aligned} V &= 43 - 28,025 = 14,975 \text{ m}^3 \\ V &= \left(\frac{b \cdot h_{\text{triangle}}}{2} \right) \cdot h_{\text{prisme}} \\ 14,975 &= \left(\frac{2,7 \cdot h_{\text{triangle}}}{2} \right) \cdot 3,8 \\ 14,975 &= 5,13 h_{\text{triangle}} \\ h_{\text{triangle}} &\approx 2,92 \text{ m} \end{aligned}$$

Aire des deux rectangles du toit :

$$\begin{aligned} A &\approx 2(3,8 \cdot 3,22) \\ &\approx 24,472 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Coût de la toiture :

$$24,472 \cdot 38 \approx 929,94 \$$$

Réponse : Environ 929,94 \$

Retour

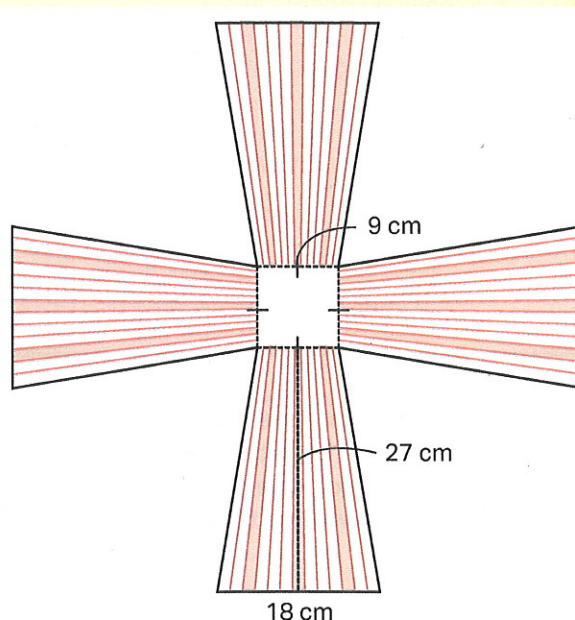
Temps de réalisation : 60 à 75 minutes

Maïs essoufflé

Il y a quelques années, aux États-Unis, on a établi un nouveau record en faisant éclater 10 000 L de grains de maïs pour produire 222 m³ de maïs soufflé.

À une autre échelle, les formats de maïs soufflé offerts au cinéma sont eux aussi gigantesques. Par exemple, voici le développement d'un contenant de maïs soufflé « petit format ».

Quelles seraient les dimensions d'un contenant semblable à ce « petit format » qui pourrait tout juste contenir la quantité de maïs soufflé qui constitue le record des États-Unis ? Donne ces mesures au centième près.



On cherche le volume du petit format.

Le contenant est un tronc de pyramide. La petite pyramide qu'on a enlevée est semblable à la pyramide originale. Ainsi,

$$k = \frac{18}{9} = 2.$$

On peut donc doubler toutes les longueurs pour trouver les dimensions de la pyramide originale.

Apothème de la pyramide originale :

$$2 \cdot 27 = 54 \text{ cm}$$

Hauteur de la pyramide originale :

$$a^2 = h_1^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2$$

$$54^2 = h_1^2 + 9^2$$

$$h_1^2 = 54^2 - 9^2$$

$$h_1 = \sqrt{54^2 - 9^2} \approx 53,24 \text{ cm}$$

Hauteur de la pyramide supprimée :

$$\frac{h_1}{h_2} = 2$$

$$\frac{53,24}{h_2} \approx 2$$

$$h_2 \approx \frac{53,24}{2} \approx 26,62 \text{ cm}$$

Volume du contenant (tronc de la pyramide), V_A :

$$V_A = V_1 - V_2$$

$$= \frac{c_1^2 \cdot h_1}{3} - \frac{c_2^2 \cdot h_2}{3}$$

$$\approx \frac{18^2 \cdot 53,24}{3} - \frac{9^2 \cdot 26,62}{3}$$

$$\approx 5\,031,18 \text{ cm}^3$$

Volume du contenant recherché, V_B :

$$V_B = 222 \text{ m}^3 = 222\,000\,000 \text{ cm}^3$$

Rapport des volumes des contenants :

$$k^3 \approx \frac{222\,000\,000}{5\,031,18} \approx 44\,124,837\,5$$

$$k = \sqrt[3]{44\,124,837\,5} \approx 35,34$$

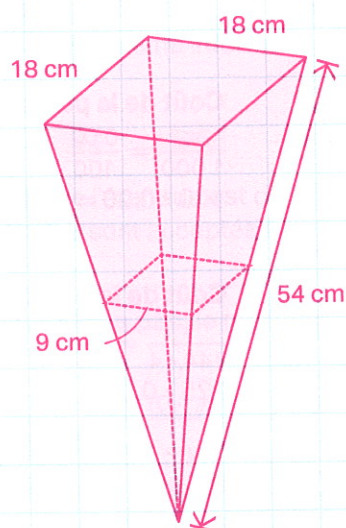
Le contenant recherché est environ 35,34 fois plus grand que le petit format.

Dimensions du contenant recherché :

$$18 \cdot 35,34 \approx 636,12 \text{ cm}$$

$$9 \cdot 35,34 \approx 318,06 \text{ cm}$$

$$27 \cdot 35,34 \approx 954,18 \text{ cm}$$



Réponse

Les dimensions seraient d'environ 636,12 cm, 318,06 cm et 954,18 cm.

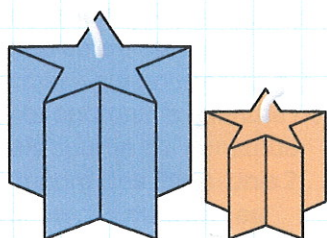
Temps de réalisation : 45 à 60 minutes

Les chandelles

Sophie fabrique des chandelles en cire d'abeille. Ses deux derniers modèles sont des prismes étoilés semblables. Le rapport des côtés des étoiles est de 3 : 2. La grande chandelle a une hauteur de 20 cm et le côté de sa base mesure 5 cm. La petite nécessite 18 cm³ de cire.

Un bâton de 12 cm³ de cire coûte 0,80 \$. La pellicule plastique qui protège les surfaces latérales des chandelles coûte 0,02 \$/100 cm². Sophie veut vendre 100 unités du grand modèle et 125 du petit modèle, aux prix respectifs de 18 \$ et de 12 \$.

Si elle réalise les ventes souhaitées, Sophie peut-elle faire un profit de 2 500 \$?



$$k = \frac{3}{2}$$

$$k^2 = \frac{9}{4}$$

$$k^3 = \frac{27}{8}$$

Grande chandelle :

$$\begin{aligned} A_{Lg} &= P_b \cdot h \\ &= 10 \cdot 5 \cdot 20 \\ &= 1\,000 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$k^3 = \frac{V_g}{V_p}$$

$$\frac{27}{8} = \frac{V_g}{18}$$

$$V_g = \frac{27 \cdot 18}{8} = 60,75 \text{ cm}^3$$

Petite chandelle :

$$k^2 = \frac{A_{Lg}}{A_{Lp}}$$

$$\frac{9}{4} = \frac{1\,000}{A_{Lp}}$$

$$\begin{aligned} A_{Lp} &= \frac{4 \cdot 1\,000}{9} \\ &\approx 444,44 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Coût de la cire (grandes chandelles) :

$$\frac{100 \cdot 60,75}{12} = 506,25$$

→ Il faut 507 bâtons de 12 cm³.

$$507 \cdot 0,80 = 405,60 \$$$

Coût de la cire (petites chandelles) :

$$\frac{125 \cdot 18}{12} = 187,5$$

→ Il faut 188 bâtons de 12 cm³.

$$188 \cdot 0,80 = 150,40 \$$$

Coût de la pellicule plastique (grandes chandelles) :

$$\begin{aligned} \frac{x}{1\,000} &= \frac{0,02}{100} \rightarrow x = \frac{1\,000 \cdot 0,02}{100} = 0,20 \$ \\ 100 \cdot 0,20 &= 20 \$ \end{aligned}$$

Coût de la pellicule plastique (petites chandelles) :

$$\begin{aligned} \frac{x}{444,44} &= \frac{0,02}{100} \rightarrow x \approx \frac{444,44 \cdot 0,02}{100} \approx 0,09 \$ \\ 125 \cdot 0,09 &\approx 11,25 \$ \end{aligned}$$

Profit :

$$\begin{aligned} (100 \cdot 18) + (125 \cdot 12) - (405,60 + 150,40 + 20 + 11,25) \\ \approx 2\,712,75 \$ \end{aligned}$$

Astuce

Pour trouver le profit, il faut soustraire le coût de fabrication du montant des ventes.

Réponse

Oui. Le profit sera d'environ 2 712,75 \$.