

1 Résous les systèmes d'équations suivants.

a) $\begin{cases} y = 4x - 1 \\ y = 5x + 2 \end{cases}$

$$\begin{array}{rcl} y & = & y \\ 4x - 1 & = & 5x + 2 \\ -4x & & -4x \\ -1 & = & x + 2 \\ -2 & & -2 \\ -3 & = & x \end{array} \quad \begin{array}{rcl} y & = & 4 \cdot (-3) - 1 \\ y & = & -13 \\ y & = & 5 \cdot (-3) + 2 \\ y & = & -13 \end{array}$$

Réponse: $(-3, -13)$

b) $\begin{cases} y = -2x + 10 \\ y = 3x - 15 \end{cases}$

$$\begin{array}{rcl} y & = & y \\ -2x + 10 & = & 3x - 15 \\ +2x & & +2x \\ 10 & = & 5x - 15 \\ +15 & & +15 \\ 25 & = & 5x \\ 5 & = & x \end{array} \quad \begin{array}{rcl} y & = & -2 \cdot 5 + 10 \\ y & = & 0 \\ y & = & 3 \cdot 5 - 15 \\ y & = & 0 \end{array}$$

Réponse: $(5, 0)$

c) $\begin{cases} y = -0,5x - 2 \\ y = 1,5x + 8 \end{cases}$

$$\begin{array}{rcl} y & = & y \\ -0,5x - 2 & = & 1,5x + 8 \\ +0,5x & & +0,5x \\ -2 & = & 2x + 8 \\ -8 & & -8 \\ -10 & = & 2x \\ -5 & = & x \end{array} \quad \begin{array}{rcl} y & = & -0,5 \cdot (-5) - 2 \\ y & = & 0,5 \\ y & = & 1,5 \cdot (-5) + 8 \\ y & = & 0,5 \end{array}$$

Réponse: $(-5, 0,5)$

d) $\begin{cases} y = 50x + 150 \\ y = 28x + 172 \end{cases}$

$$\begin{array}{rcl} y & = & y \\ 50x + 150 & = & 28x + 172 \\ -28x & & -28x \\ 22x + 150 & = & 172 \\ -150 & & -150 \\ 22x & = & 22 \\ x & = & 1 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} y & = & 50 \cdot 1 + 150 \\ y & = & 200 \\ y & = & 28 \cdot 1 + 172 \\ y & = & 200 \end{array}$$

Réponse: $(1, 200)$

Exercice +

2 Résous les systèmes d'équations suivants. Utilise une feuille mobile pour effectuer tes calculs.

a) $\begin{cases} y = x + 4 \\ y = 2x \end{cases}$

$(4, 8)$

b) $\begin{cases} y = 6x + 30 \\ y = 16x - 15 \end{cases}$

$(\frac{9}{2}, 57)$

c) $\begin{cases} y = -3x - 15 \\ y = 16 - 3x \end{cases}$

Aucune solution

d) $\begin{cases} y = 0,8x - 11 \\ y = 0,2x + 19 \end{cases}$

$(50, 29)$

e) $\begin{cases} y = \frac{x+4}{2} \\ y = \frac{x+15}{3} \end{cases}$

$(18, 11)$

f) $\begin{cases} y = 4x + 16 \\ y = \frac{64 + 16x}{4} \end{cases}$

Une infinité de solutions

g) $\begin{cases} y = 8 - \frac{2}{3}x \\ y = \frac{x}{6} - 7 \end{cases}$

$(18, -4)$

h) $\begin{cases} y = \frac{x}{2} - 4 \\ y = 2x - 12 \end{cases}$

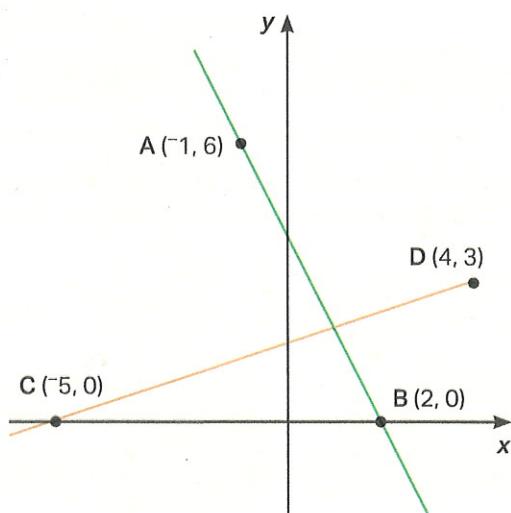
$(\frac{16}{3}, -\frac{4}{3})$

i) $\begin{cases} y = 10 - x \\ y = \frac{16}{3} - \frac{x}{3} \end{cases}$

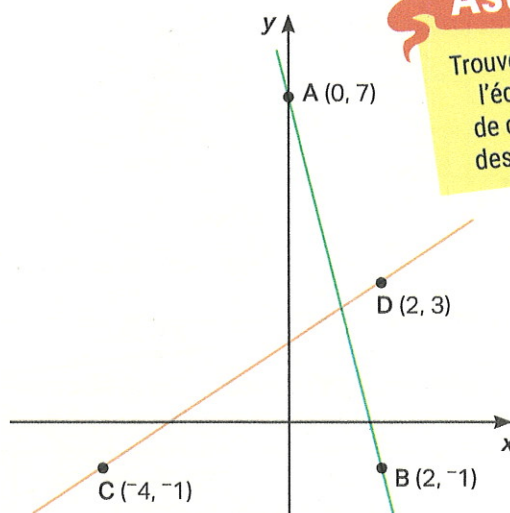
$(7, 3)$

3 Dans chaque cas, trouve le point d'intersection des deux droites.

a)



b)



Astuce

Trouve d'abord l'équation de chacune des droites.

a) Droite AB :

$$a = \frac{0-6}{2-(-1)} = \frac{-6}{3} = -2$$

$$y = -2x + b$$

$$0 = -2 \cdot 2 + b$$

$$4 = b$$

$$\text{Donc, } y = -2x + 4$$

Droite CD :

$$a = \frac{3-0}{4-(-5)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}x + b$$

$$0 = \frac{1}{3} \cdot (-5) + b$$

$$\frac{5}{3} = b$$

$$\text{Donc, } y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$$

$$y = y$$

$$-2x + 4 = \frac{x+5}{3}$$

$$-6x + 12 = x + 5$$

$$12 = 7x + 5$$

$$\frac{7}{7} = \frac{7x}{7}$$

$$1 = x$$

$$y = -2 \cdot 1 + 4$$

$$y = 2$$

Solution : **(1, 2)**

b) Droite AB :

$$a = \frac{-1-7}{2-0} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$\text{Donc, } y = -4x + 7$$

Droite CD :

$$a = \frac{3-(-1)}{2-(-4)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{2}{3}x + b$$

$$3 = \frac{2}{3} \cdot 2 + b$$

$$3 = \frac{4}{3} + b$$

$$\frac{5}{3} = b$$

$$\text{Donc, } y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$$

$$y = y$$

$$-4x + 7 = \frac{2x+5}{3}$$

$$-12x + 21 = 2x + 5$$

$$21 = 14x + 5$$

$$\frac{16}{14} = \frac{14x}{14}$$

$$\frac{8}{7} = x$$

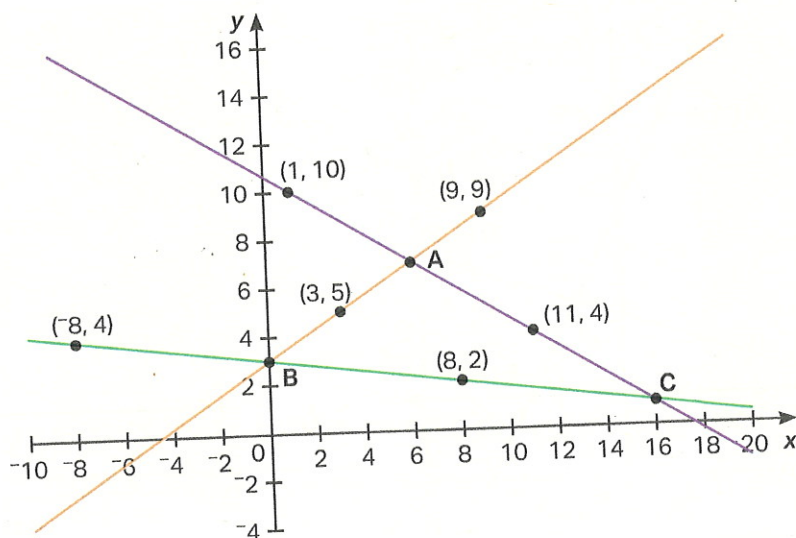
$$y = -4 \cdot \frac{8}{7} + 7$$

$$y = \frac{17}{7}$$

Solution : **($\frac{8}{7}, \frac{17}{7}$)**

4

Trois droites se croisent et forment un triangle ABC. Trouve les coordonnées des sommets A, B et C du triangle.



On détermine les équations des trois droites.

Droite AB : (3, 5) et (9, 9)

$$a = \frac{9-5}{9-3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$y = ax + b$$

$$y = \frac{2}{3}x + b$$

$$9 = \frac{2}{3} \cdot 9 + b$$

$$9 = 6 + b$$

$$b = 3$$

$$\text{Donc, } y = \frac{2}{3}x + 3$$

Droite BC : (-8, 4) et (8, 2)

$$a = \frac{2-4}{8-(-8)} = \frac{-2}{16} = -\frac{1}{8}$$

$$y = ax + b$$

$$y = -\frac{1}{8}x + b$$

$$2 = -\frac{1}{8} \cdot 8 + b$$

$$2 = -1 + b$$

$$b = 3$$

$$\text{Donc, } y = -\frac{1}{8}x + 3$$

Droite AC : (1, 10) et (11, 4)

$$a = \frac{4-10}{11-1} = \frac{-6}{10} = -\frac{3}{5}$$

$$y = ax + b$$

$$y = -\frac{3}{5}x + b$$

$$10 = -\frac{3}{5} \cdot 1 + b$$

$$10 = -\frac{3}{5} + b$$

$$b = \frac{53}{5}$$

$$\text{Donc, } y = -\frac{3}{5}x + \frac{53}{5}$$

On trouve les points d'intersection des droites.

Point A (intersection AB-AC)

Point B (intersection AB-BC)

Point C (intersection BC-AC)

$$\begin{aligned} y &= y \\ \left(\frac{2}{3}x + 3\right) \cdot 15 &= \left(-\frac{3}{5}x + \frac{53}{5}\right) \cdot 15 \\ 10x + 45 &= -9x + 159 \end{aligned}$$

$$\frac{19x}{19} = \frac{114}{19}$$

$$x = 6$$

$$y = \frac{2}{3} \cdot 6 + 3$$

$$y = 7$$

Sommet A : (6, 7)

$$\begin{aligned} y &= y \\ \left(\frac{2}{3}x + 3\right) \cdot 24 &= \left(-\frac{1}{8}x + 3\right) \cdot 24 \\ 16x + 72 &= -3x + 72 \end{aligned}$$

$$\frac{19x}{19} = \frac{0}{19}$$

$$x = 0$$

$$y = \frac{2}{3} \cdot 0 + 3$$

$$y = 3$$

Sommet B : (0, 3)

$$\begin{aligned} y &= y \\ \left(-\frac{1}{8}x + 3\right) \cdot 40 &= \left(-\frac{3}{5}x + \frac{53}{5}\right) \cdot 40 \\ -5x + 120 &= -24x + 424 \end{aligned}$$

$$\frac{19x}{19} = \frac{304}{19}$$

$$x = 16$$

$$y = -\frac{1}{8} \cdot 16 + 3$$

$$y = 1$$

Sommet C : (16, 1)

- 5 Sofia fabrique des sacs à main en tissu recyclé. Elle vend deux modèles dont les profits, y_1 et y_2 , sont différents :

$$y_1 = 40x - 100$$

$$y_2 = 50x - 150$$

où x représente le nombre de sacs vendus.

Combien de sacs de chacun des modèles Sofia doit-elle vendre pour réaliser le même profit ?

Réponse : 5 sacs de chaque modèle

$$\begin{aligned} y_1 &= y_2 \\ 40x - 100 &= 50x - 150 \\ -100 &= 10x - 150 \\ \frac{50}{10} &= \frac{10x}{10} \\ x &= 5 \\ y_1 &= 40 \cdot 5 - 100 = 100 \\ y_2 &= 50 \cdot 5 - 150 = 100 \end{aligned}$$

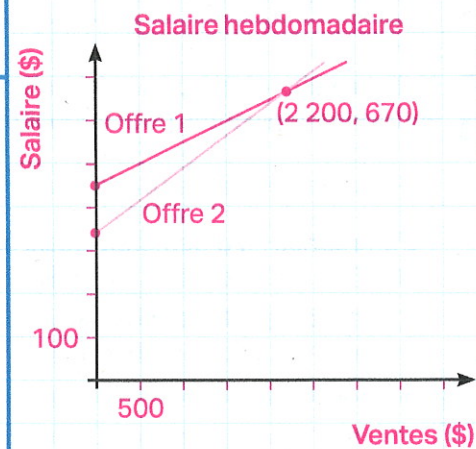
- 6 Jocelyne a reçu deux offres d'emploi pour la vente d'appareils électroniques. Le salaire hebdomadaire, y , est déterminé par les deux équations suivantes, où x représente le montant des ventes par semaine :

Offre 1 : $y = 0,10x + 450$

Offre 2 : $y = 0,15x + 340$

Aide Jocelyne à choisir l'offre la plus avantageuse.

$$\begin{aligned} y &= y \\ 0,10x + 450 &= 0,15x + 340 \\ 450 &= 0,05x + 340 \\ \frac{110}{0,05} &= \frac{0,05x}{0,05} \\ 2\,200 &= x \\ y &= 0,10 \cdot 2\,200 + 450 = 670 \\ y &= 0,15 \cdot 2\,200 + 340 = 670 \end{aligned}$$



Réponse : Le salaire est le même pour des ventes de 2 200 \$.
Si Jocelyne prévoit vendre pour plus de 2 200 \$ par semaine, elle devrait choisir la 2^e offre. Sinon, elle devrait choisir la 1^{re} offre.



- 7 Une droite croise la courbe associée à une fonction rationnelle. Trouve les coordonnées du point d'intersection A.

Équation de la fonction rationnelle :

$$y = \frac{20}{x} \quad (4 \cdot 5 = 20, 5 \cdot 4 = 20)$$

$$\text{Équation de la droite : } a = \frac{5-0}{1-0} = \frac{5}{1} = 5 \rightarrow y = 5x$$

Résolution du système par comparaison :

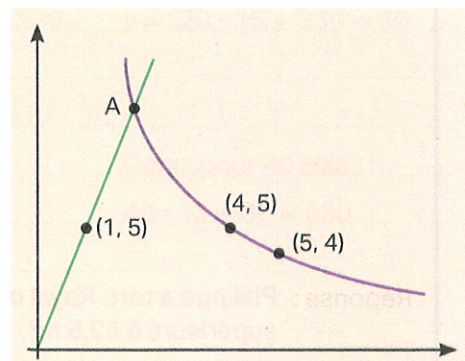
$$\frac{20}{x} = 5x$$

$$20 = 5x^2 \quad y = \frac{20}{2} = 10, \quad y = 5 \cdot 2 = 10$$

$$4 = x^2$$

$$2 = x, \text{ car } x \text{ est positif.}$$

Réponse : (2, 10)



8

Rafaël lit en moyenne 30 pages par jour. Il a commencé à lire un roman il y a deux jours. Son ami Simon, qui lit en moyenne 40 pages par jour, commence aujourd'hui le même roman.

Dans combien de jours auront-ils lu le même nombre de pages ?

Astuce

Lorsqu'on traduit une situation par un système d'équations, il faut toujours commencer par définir les variables.

x : nombre de jours écoulés après aujourd'hui

y : nombre de pages lues

$$y_R = 30x + 60$$

$$y_S = 40x$$

$$y_R = y_S$$

$$30x + 60 = 40x$$

$$\frac{60}{10} = \frac{10x}{10}$$

$$6 = x$$

$$y_R = 30 \cdot 6 + 60$$

$$= 240$$

$$y_S = 40 \cdot 6$$

$$= 240$$

Réponse : Dans 6 jours : ils auront lu chacun 240 pages.

9

CD2

Philippe veut mettre du pavé à emboîtement dans son stationnement. Il a contacté les deux entreprises suivantes pour connaître leurs prix :

- L'entreprise Royal demande un montant de base de 2 800 \$, et 18 \$ par mètre carré de surface à couvrir.
- L'entreprise PVU demande aussi un montant de base et un prix par mètre carré. Ainsi, pour couvrir 60 m², le coût serait de 3 875 \$. Pour une surface de 70 m², le coût serait de 4 075 \$.

Philippe croit que l'entreprise Royal offre de meilleurs prix, peu importe la surface de son stationnement. A-t-il raison ? Justifie ta réponse.

x : surface à couvrir (m²)

y : coût (\$)

Entreprise PVU :

$$a = \frac{4\,075 - 3\,875}{70 - 60} = 20 \text{ $/m}^2$$

$$y = 20x + b$$

$$3\,875 = 20 \cdot 60 + b$$

$$3\,875 = 1\,200 + b$$

$$2\,675 = b$$

$$y_{PVU} = 20x + 2\,675$$

Entreprise Royal :

$$y_R = 18x + 2\,800$$

$$y_R = y_{PVU}$$

$$18x + 2\,800 = 20x + 2\,675$$

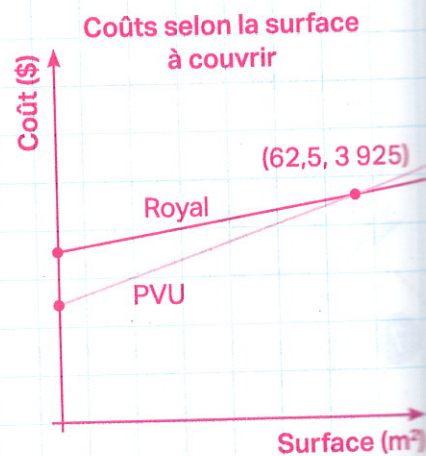
$$2\,800 = 2x + 2\,675$$

$$\frac{125}{2} = \frac{2x}{2}$$

$$62,5 = x$$

$$y_R = 18 \cdot 62,5 + 2\,800 = 3\,925 \text{ \$}$$

$$y_{PVU} = 20 \cdot 62,5 + 2\,675 = 3\,925 \text{ \$}$$



Réponse : Philippe a tort. Royal offre un meilleur prix uniquement si la surface à couvrir est supérieure à 62,5 m².

10 Faolan a trois chandelles de différents formats.

 Hauteur initiale : 10,9 cm
Elle brûle à un rythme de 1,5 cm/h.

 Hauteur initiale : 6 cm
Elle brûle à un rythme de 0,8 cm/h.

 Hauteur initiale : 8 cm
Elle brûle à un rythme de 1,8 cm/h.

Faolan allume les trois chandelles en même temps. Quand les deux premières chandelles auront la même hauteur, la troisième chandelle sera-t-elle encore allumée ?

x : temps (h)

y : hauteur de la chandelle (cm)

Chandelle 1

$$y_1 = -1,5x + 10,9$$

Chandelle 2

$$y_2 = -0,8x + 6$$

Chandelle 3

$$y_3 = -1,8x + 8$$

$$y_1 = y_2$$

$$-1,5x + 10,9 = -0,8x + 6$$

$$10,9 = 0,7x + 6$$

$$\frac{4,9}{0,7} = \frac{0,7x}{0,7}$$

$$7 = x$$

Lorsque la chandelle 3 s'éteindra, sa hauteur (y_3) sera de 0 cm.

$$y_3 = -1,8x + 8$$

$$0 = -1,8x + 8$$

$$\frac{-8}{-1,8} = \frac{-1,8x}{-1,8}$$

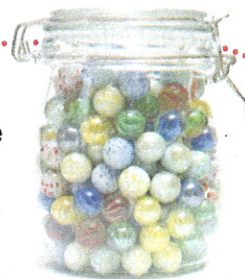
$$4,4 = x$$

Réponse : La 3^e chandelle s'éteindra après environ 4,4 h. Lorsque les deux premières chandelles auront la même hauteur, après 7 h, la 3^e chandelle sera donc déjà éteinte.



11 On a mis un contenant de 15 billes sur une balance. La balance indique une masse de 255 g. Si on place 20 billes dans le même contenant, la masse est alors de 330 g. Toutes les billes ont exactement la même masse.

Quelle sera la masse si on met 40 billes dans le contenant ?



x : masse d'une bille (g)

y : masse du contenant vide (g)

$$y = y$$

$$y = -15 \cdot 15 + 255 = 30$$

$$15x + y = 255$$

$$-15x + 255 = -20x + 330$$

$$y = -20 \cdot 15 + 330 = 30$$

$$-15x \quad -15x$$

$$5x + 255 = 330$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{75}{5}$$

$$y = -15x + 255$$

$$20x + y = 330$$

$$-20x \quad -20x$$

$$x = 15$$

Donc, pour 40 billes :

$$40 \cdot 15 + 30 = 630$$

$$y = -20x + 330$$

Réponse : 630 g

4.3 Les inéquations

La traduction d'une situation par une inéquation

- Une **inéquation** comporte une relation d'inégalité entre deux expressions algébriques contenant une ou plusieurs variables.
- Résoudre une inéquation consiste à trouver les valeurs des inconnues qui rendent l'inégalité vraie.

$$x \leq 12$$

$$x + 5 \geq -7$$

$$y < x - 8$$

- Le tableau ci-dessous précise la signification des symboles de la relation d'inégalité.

Inéquation	Signification	Exemple
$x < b$	x est inférieur à b x est plus petit que b	Il y a moins de 30 tables dans ce café. $x < 30$, x : nombre de tables
$x > b$	x est supérieur à b x est plus grand que b	Il y a plus de 50 personnes à la fête. $x > 50$, x : nombre de personnes
$x \leq b$	x est inférieur ou égal à b x est au maximum b	La masse d'une fourmi est d'au plus 1 mg. $x \leq 1$, x : masse d'une fourmi (mg)
$x \geq b$	x est supérieur ou égal à b x est au minimum b	Il reste au moins 150 km à parcourir. $x \geq 150$, x : distance à parcourir (km)

- 1 Traduis les énoncés suivants à l'aide du symbole d'inégalité approprié.

a) x est supérieur à 4.

$$x > 4$$

b) n est inférieur à -12.

$$n < -12$$

c) t vaut 250 au maximum.

$$t \leq 250$$

d) p n'est pas plus grand que 3.

$$p \leq 3$$

e) w vaut 15 au minimum mais ne dépasse pas 50.

$$15 \leq w \leq 50$$

f) r est au moins le double de 30.

$$r \geq 60$$

g) a dépasse -25.

$$a > -25$$

h) y ne vaut pas moins de 83.

$$y \geq 83$$

i) z varie de -5 à 10.

$$-5 \leq z \leq 10$$

- 2 Traduis les énoncés suivants à l'aide du symbole d'inégalité approprié.

a) La vitesse maximale, v , d'un véhicule est de 40 km/h.

$$v \leq 40$$

b) Le salaire hebdomadaire de Suzanne, s , se situe entre 650 \$ et 850 \$ inclusivement.

$$650 \leq s \leq 850$$

c) La surface peinte par Sophie, p , est d'au plus 50 m².

$$p \leq 50$$

Astuce

On ne doit pas lire un énoncé composé de la forme $a \leq x \leq b$ de gauche à droite, mais plutôt du centre vers les deux extrémités. Ainsi, $12^\circ\text{C} \leq t \leq 25^\circ\text{C}$ où t représente la température extérieure, se lit : « La température est comprise entre 12°C et 25°C inclusivement. »

Traduis les situations suivantes par une inéquation à une inconnue.

- a) André a acheté une salade et un jus. Le prix de la salade est le double de celui du jus. André a payé un montant maximal de 4 \$.

Coût d'un jus (\$) : x

Coût de la salade (\$) : $2x$

Inéquation : $x + 2x \leq 4$

Autre contrainte : $x > 0$

- b) La somme de deux nombres dépasse 64. Le 1^{er} nombre vaut 4 de plus que le triple du 2^e nombre.

1^{er} nombre : $3x + 4$

2^e nombre : x

Inéquation : $x + 3x + 4 > 64$

Autre contrainte : $-$

Astuce

Dans certains contextes, il faut ajouter une contrainte de positivité, $x \geq 0$ ou $x > 0$. Par exemple, le coût d'un article ou le temps ne peuvent pas prendre une valeur négative.

- c) Karine a fabriqué plus de 12 bracelets.

Nombre de bracelets : x

Inéquation : $x > 12$

Autre contrainte : $x > 0$

- d) Le périmètre d'un octogone régulier est d'au moins 54 cm.

Mesure du côté (cm) : x

Inéquation : $8x \geq 54$

Autre contrainte : $x > 0$

- e) Zack a 18 ans de moins que le triple de l'âge de son petit frère, Alex. La différence de leurs âges ne dépasse pas 6 ans.

Âge d'Alex (ans) : x

Âge de Zack (ans) : $3x - 18$

Inéquation : $3x - 18 - x \leq 6$

Autre contrainte : $x > 0$

- f) Rose a étudié 20 minutes de plus que Zoé. Ensemble, elles ont étudié moins de 120 minutes.

Temps d'étude de Zoé (min) : x

Temps d'étude de Rose (min) : $x + 20$

Inéquation : $x + x + 20 < 120$

Autre contrainte : $x \geq 0$

- g) Riman collectionne les timbres. Elle estime qu'elle a au moins une centaine de timbres, mais pas plus de 150.

Nombre de timbres : x

Inéquation : $100 \leq x \leq 150$

Autre contrainte : $x > 0$

- h) Yvo cuisine des petits gâteaux pour une campagne de financement. Il a deux fois plus de gâteaux à la vanille que de gâteaux au chocolat. Il a cuisiné au plus 80 gâteaux.

Nombre de gâteaux au chocolat : x

Nombre de gâteaux à la vanille : $2x$

Inéquation : $x + 2x \leq 80$

Autre contrainte : $x > 0$

Curiôsit 

Les symboles $<$ et $>$ apparaissent dans un livre de Thomas Harriot (1560-1621), publié de façon posthume en 1631.



La représentation de l'ensemble-solution d'une inéquation

Astuce

Une variable **discrète** est une variable dont on peut énumérer chacune des valeurs. Une variable **continue** est une variable qui peut prendre toutes les valeurs possibles entre deux bornes.

- Il existe différentes façons de représenter l'**ensemble-solution** d'une inéquation, c'est-à-dire l'ensemble des valeurs qui vérifient une inéquation.

- Lorsque la variable est discrète, on décrit l'ensemble-solution **en extension**.
- Lorsque la variable est continue, on décrit l'ensemble-solution à l'aide d'un **intervalle**.
- Dans les deux cas, on peut aussi décrire l'ensemble-solution à l'aide d'une **droite numérique**.

Inéquation	Description	
	Droite numérique	En extension
1) Pierre possède plus d'un ordinateur. $n > 1$, n : nombre d'ordinateurs → n est une variable discrète.		$n \in \{2, 3, 4, \dots\}$
2) Le temps de vol est d'au moins 4 heures. $t \geq 4$, t : temps (h) → t est une variable continue.		$t \in [4, \infty[$

- 1 Complète les énoncés décrivant les sous-ensembles des nombres représentés sur les droites numériques suivantes. Utilise la banque de mots ci-dessous. Certains mots peuvent être utilisés plus d'une fois.

au moins au plus ne dépasse pas supérieure à moins que naturels
réels irrationnels rationnels entiers



La variable x est un élément de l'ensemble des nombres naturels.

La valeur de x est supérieure à 0 et ne dépasse pas 5.



La variable x est un élément de l'ensemble des nombres réels.

La valeur de x est au moins -2 et moins que 6.



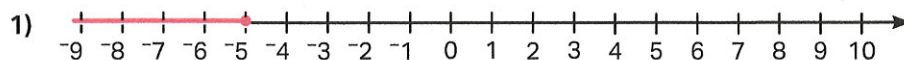
La variable x est un élément de l'ensemble des nombres réels.

La valeur de x est au plus -2.

2 Pour chacune des inéquations, écris le numéro de la droite numérique qui lui correspond.

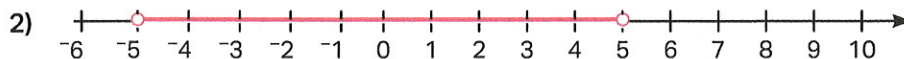
a) $x < 5$

3



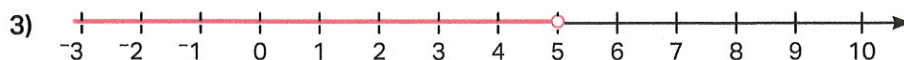
b) $x > 5$

5



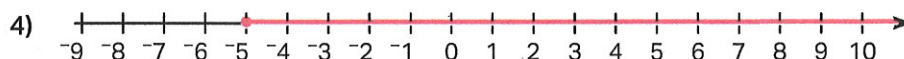
c) $-5 < x < 5$

2



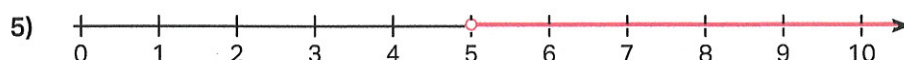
d) $x \geq -5$

4



e) $x \leq -5$

1



3 Complète le tableau suivant, qui permet de décrire l'ensemble-solution des inéquations.

Astuce

Pour faire un retour sur la représentation d'un intervalle sur une droite numérique, consulte la page 15.

Inéquation	Modes de représentation		
	En extension	Intervalle	Droite numérique
a) $x \geq 15$	—	$x \in [15, \infty[$	
b) $x \leq 4$	—	$x \in]-\infty, 4]$	
c) $0 \leq x \leq 4$	$x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$	—	
d) $x \geq -2$	$x \in \{-2, -1, 0, \dots\}$	—	
e) $-4 < x < 3$	—	$x \in]-4, 3[$	
f) $x > \underline{\quad 3 \quad}$	$x \in \{4, 5, 6, \dots\}$	—	
g) $0 \leq x < 5$	—	$x \in [0, 5[$	
h) $x < 14$	—	$x \in]-\infty, 14[$	

4 Dans chaque cas, nomme l'inconnue, puis décris l'ensemble-solution sous la forme $a \leq x \leq b$.

a) De 15 à 20 élèves ont réussi l'examen portant sur les inéquations.

x : nombre d'élèves, $15 \leq x \leq 20$

b) Le côté de l'hexagone mesure au plus 30 cm.

x : côté de l'hexagone (cm), $0 < x \leq 30$

c) La vitesse de course de Madeleine varie de 7 km/h à 12 km/h.

x : vitesse (km/h), $7 \leq x \leq 12$

d) Hier soir, Sébastien a lu moins de 60 pages de son roman.

x : nombre de pages lues, $0 \leq x < 60$

e) Aujourd'hui, la température extérieure a varié de -5°C à 2°C .

x : température ($^\circ\text{C}$), $-5 \leq x \leq 2$

5 Dans chaque cas, nomme l'inconnue, puis décris l'ensemble-solution à l'aide d'un intervalle ou en extension.

a) Anaïs fabrique des colliers. Elle doit utiliser de 35 à 48 cm de fil.

x : longueur de fil (cm), $x \in [35, 48]$

b) Le nombre de pièces de monnaie dans la tirelire d'Alex ne dépasse pas 23.

x : nombre de pièces, $x \in \{0, 1, 2, \dots, 20, 21, 22, 23\}$

c) Maël a pêché de 4 à 10 poissons.

x : nombre de poissons, $x \in \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

d) Georges a étudié au moins 45 minutes pour l'examen d'histoire.

x : temps d'étude (min), $x \in [45, \infty[$

e) Au cours du dernier mois, Diane a tricoté moins de 5 foulards.

x : nombre de foulards, $x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$

6 Anthony a décrit les pointages de deux équipes de basketball lors du tournoi qui a eu lieu la semaine dernière.

CD2

Équipe 1

L'équipe a obtenu un pointage plus grand que 75 mais inférieur à 80.

Équipe 2

L'équipe a obtenu 4 points de plus que le pointage minimal obtenu par l'équipe 1.

Laquelle des deux équipes a le mieux joué ?

Pointage de l'équipe 1 :

$x_1 \in \{76, 77, 78, 79\}$

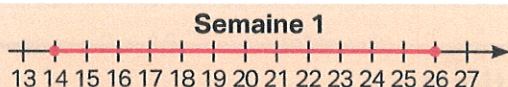
Pointage de l'équipe 2 :

$x_2 = 76 + 4 = 80 \text{ points} \rightarrow 80 > 79$

L'équipe 2 a obtenu un point de plus que le meilleur pointage de l'équipe 1. C'est donc l'équipe 2 qui a le mieux joué.

Réponse : L'équipe 2

- 7 Martin travaille dans un dépanneur. Voici différentes représentations du nombre d'heures travaillées, t , au cours des trois dernières semaines :



Semaine 2

$$t \in [29, 45]$$

Semaine 3

$$21 \leq t \leq 36$$

Le salaire horaire de Martin est de 18 \$. Décris le salaire qu'il a gagné en tout pour ces trois semaines à l'aide de la notation en intervalle.

Nombre minimal d'heures travaillées :

$$14 + 29 + 21 = 64 \text{ h}$$

Nombre maximal d'heures travaillées :

$$26 + 45 + 36 = 107 \text{ h}$$

Salaire minimal :

$$64 \cdot 18 = 1\,152 \$$$

Salaire maximal :

$$107 \cdot 18 = 1\,926 \$$$

Réponse : $[1\,152, 1\,926] \$$



- 8 Dans le triangle isocèle ci-dessous, la valeur de x est d'au plus 5 cm.

a) Quel est le périmètre maximal de ce triangle ?

Dimensions maximales :

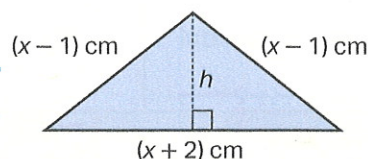
Puisque $x \leq 5$,

$$5 + 2 = 7 \text{ cm}$$

$$5 - 1 = 4 \text{ cm}$$

$$\text{Donc, } P = 4 \cdot 2 + 7 = 15 \text{ cm}$$

Réponse : 15 cm

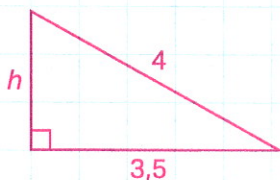


b) Est-il possible que l'aire de ce triangle soit de 8 cm^2 ? Explique ta réponse.

On trouve h à l'aide de la relation de Pythagore :

$$h = \sqrt{4^2 - 3,5^2}$$

$$\approx 1,94 \text{ cm}$$



Aire :

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$= \frac{7 \cdot 1,94}{2}$$

$$\approx 6,79 \text{ cm}^2$$

Réponse : Non, l'aire de ce triangle est d'au plus $6,79 \text{ cm}^2$.

4.4 La résolution d'une inéquation

Les règles de transformation des inéquations

Pour résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue, on peut **isoler** la variable en appliquant les **règles de transformation** suivantes.

- 1) Si on additionne ou soustrait le même nombre aux deux membres d'une inéquation, on obtient une inéquation équivalente, c'est-à-dire une inéquation qui a le même ensemble-solution.
- 2) Si on multiplie ou divise les deux membres d'une inéquation par le même nombre strictement positif, on obtient une inéquation équivalente.
- 3) Si on multiplie ou divise les deux membres d'une inéquation par le même nombre strictement négatif, il faut inverser le sens du symbole d'inégalité pour obtenir une inéquation équivalente.

Astuce

Le mot « strictement » indique que le nombre doit être différent de zéro.

$x + 5 < 12$ $x + 5 < 12$ $\quad -5 \quad -5$ $x < 7$	$3x \geq 15$ $\frac{3x}{3} \geq \frac{15}{3}$ $x \geq 5$	$24 \geq -3x$ $\frac{24}{-3} \geq \frac{-3x}{-3}$ $-8 \geq x$ $x \leq -8$	$-\frac{x}{5} + 12 < 20$ $-\frac{x}{5} + 12 < 20$ $\quad -12 \quad -12$ $-\frac{x}{5} < 8$ $-5 \cdot \left(-\frac{x}{5}\right) > 8 \cdot (-5)$ $x > -40$
--	--	--	---

La résolution d'un problème qui se traduit par une inéquation

Voici une démarche qui permet de résoudre un problème qui se traduit par une inéquation.

Mika aimerait connaître le prix de la nouvelle souris optique que Louisa vient d'acheter. Louisa lui répond par une énigme mathématique : le quadruple du prix dépasse d'au moins 12 \$ le double du prix. Combien peut coûter cette souris ?

1. On identifie la variable.	x : coût de la souris (\$)
2. À l'aide des mots clés, on construit l'inéquation.	$4x \geq 2x + 12$
3. On isole la variable à l'aide des règles de transformation.	$4x \geq 2x + 12$ $2x \geq 12$ $x \geq 6$
4. On répond à la question sous la forme demandée.	$x \geq 6$ ou $x \in [6, \infty[$  Coûts (\$) La souris de Louisa coûte au moins 6 \$.

- 1 Résous les inéquations ci-dessous. Donne la réponse sous forme d'intervalle et représente l'ensemble-solution sur une droite numérique.

a) $x + 9 > 15$

$$\begin{aligned} x + 9 &> 15 \\ x &> 6 \end{aligned}$$

Intervalle : $]6, \infty[$



b) $4x > 12$

$$\begin{aligned} \frac{4x}{4} &> \frac{12}{4} \\ x &> 3 \end{aligned}$$

Intervalle : $]3, \infty[$



Astuce

Souviens-toi qu'il faut inverser le sens de l'inéquation si on effectue une multiplication ou une division par un nombre négatif.

c) $-20x \geq 100$

$$\begin{aligned} \frac{-20x}{-20} &\geq \frac{100}{-20} \\ x &\leq -5 \end{aligned}$$

Intervalle : $]-\infty, -5]$



d) $x - 4 \geq 9$

$$x \geq 13$$

Intervalle : $[13, \infty[$



e) $\frac{x}{4} \leq -1$

$$\begin{aligned} \left(\frac{x}{4}\right) \cdot 4 &\leq -1 \cdot 4 \\ x &\leq -4 \end{aligned}$$

Intervalle : $]-\infty, -4]$



f) $8x + 13 < -11$

$$\begin{aligned} \frac{8x}{8} &< \frac{-24}{8} \\ x &< -3 \end{aligned}$$

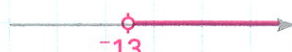
Intervalle : $]-\infty, -3[$



g) $-\frac{1}{2}x < \frac{13}{2}$

$$\begin{aligned} -2 \cdot \left(-\frac{1}{2}x\right) &< \frac{13}{2} \cdot (-2) \\ x &> -13 \end{aligned}$$

Intervalle : $] -13, \infty[$



h) $12 - x > 5$

$$\begin{aligned} -x &> -7 \\ -x &> -7 \\ x &< 7 \end{aligned}$$

Intervalle : $]-\infty, 7[$



- 2 Encerle les inéquations équivalentes à $x > 2$.

a) $3x + 9 < 4x + 7$

$$\begin{aligned} 3x + 9 &< 4x + 7 \\ 9 &< x + 7 \\ 2 &< x \end{aligned}$$

b) $5(x + 3) < 25$

$$\begin{aligned} \frac{5(x+3)}{5} &< \frac{25}{5} \\ x + 3 &< 5 \\ x &< 2 \end{aligned}$$

c) $1,5x > 3$

$$\begin{aligned} \frac{1,5x}{1,5} &> \frac{3}{1,5} \\ x &> 2 \end{aligned}$$

d) $2x > 4$

$$\begin{aligned} \frac{2x}{2} &> \frac{4}{2} \\ x &> 2 \end{aligned}$$

e) $-7x + 16 > 2$

$$\begin{aligned} -7x &> -14 \\ \frac{-7x}{-7} &< \frac{-14}{-7} \\ x &> 2 \end{aligned}$$

f) $\frac{x+6}{2} > 4$

$$\begin{aligned} 2 \cdot \frac{(x+6)}{2} &> 4 \cdot 2 \\ x + 6 &> 8 \\ x &> 2 \end{aligned}$$

3 Résous les inéquations suivantes.

a) $3x - 4 \geq 8$ $3x \geq 12$ $\frac{3x}{3} \geq \frac{12}{3}$ $x \geq 4$ $x \geq 4$	b) $2x + 5 \leq -11x + 31$ $13x + 5 \leq 31$ $13x \leq 26$ $\frac{13x}{13} \leq \frac{26}{13}$ $x \leq 2$ $x \leq 2$	c) $-2(x + 6) < -18$ $\frac{-2(x + 6)}{-2} < \frac{-18}{-2}$ $x + 6 > 9$ $x > 3$ $x > 3$
d) $-3(x + 1) \leq -4(x + 5)$ $-3x - 3 \leq -4x - 20$ $x - 3 \leq -20$ $x \leq -17$ $x \leq -17$	e) $\frac{2x + 8}{3} > -12$ $2x + 8 > -12 \cdot 3$ $2x + 8 > -36$ $\frac{2x}{2} > \frac{-44}{2}$ $x > -22$ $x > -22$	f) $\frac{3}{4}x - \frac{1}{2} \geq \frac{5}{6}x + 3$ $\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}\right) \cdot 12 \geq \left(\frac{5}{6}x + 3\right) \cdot 12$ $9x - 6 \geq 10x + 36$ $-6 \geq x + 36$ $-42 \geq x$ $x \leq -42$
g) $2(x + 3) \leq 4(x - 1)$ $2x + 6 \leq 4x - 4$ $6 \leq 2x - 4$ $\frac{10}{2} \leq \frac{2x}{2}$ $5 \leq x$ $x \geq 5$	h) $\frac{-4x - 1}{3} \geq 5$ $-4x - 1 \geq 3 \cdot 5$ $-4x - 1 \geq 15$ $\frac{-4x}{-4} \geq \frac{16}{-4}$ $x \leq -4$ $x \leq -4$	i) $1,25x + 2(x - 0,25) > -0,75x$ $1,25x + 2x - 0,5 > -0,75x$ $3,25x - 0,5 > -0,75x$ $\frac{4x}{4} > \frac{0,5}{4}$ $x > 0,125$ $x > 0,125$

Exercice +

4 Résous les inéquations suivantes. Utilise une feuille mobile pour effectuer tes calculs.

a) $2x + 3 > 4$	$x > \frac{1}{2}$	b) $400b > 180(2b + 3)$	$b > \frac{27}{2}$
c) $1,3a - 6(a + 2) \leq -18,11$	$a \geq 1,3$	d) $\frac{3}{2}(2y + 4) < \frac{9}{4}$	$y < -\frac{5}{4}$
e) $-\frac{1}{2}x + 3 \geq 10 + \frac{1}{2}x$	$x \leq -7$	f) $-14r \geq \frac{12}{7}r + 3$	$r \leq -\frac{21}{110}$

- 5 L'âge de Benjamin correspond au triple de l'âge de Yasmina diminué de 7. La somme de leurs âges est d'au moins 21 ans.

a) Nomme les inconnues à l'aide d'une variable. Traduis ensuite la situation par une inéquation à une variable et résous-la.

Âge de Yasmina (ans) : x

Âge de Benjamin (ans) : $3x - 7$

$$x + 3x - 7 \geq 21$$

$$4x - 7 \geq 21$$

$$\frac{4x}{4} \geq \frac{28}{4}$$

$$x \geq 7$$

Réponse : $x \geq 7$

Astuce

En présence de deux inconnues, il est plus simple de représenter l'inconnue possédant la plus petite valeur par x , et l'autre inconnue en fonction de celle-ci.

b) Quel est l'âge minimal que peuvent avoir Benjamin et Yasmina ?

Âge de Yasmina : $x \rightarrow 7$ ans

Âge de Benjamin : $3x - 7 \rightarrow 3 \cdot 7 - 7 = 14$ ans

Réponse : Yasmina a minimalement 7 ans et Benjamin, 14 ans.

- 6 Clara a obtenu 6 points de plus qu'Ahmed à son dernier examen de mathématique. Le triple de la somme de leurs résultats donne moins de 375 points.

a) Nomme les inconnues à l'aide d'une variable. Traduis ensuite la situation par une inéquation à une variable et résous-la.

Nombre de points d'Ahmed : x

Nombre de points de Clara : $x + 6$

$$3(x + x + 6) < 375$$

$$\frac{3(2x + 6)}{3} < \frac{375}{3}$$

$$2x + 6 < 125$$

$$\frac{2x}{2} < \frac{119}{2}$$

$$x < 59,5$$

Réponse : $x < 59,5$

b) Est-il possible qu'Ahmed et Clara aient tous les deux réussi leur examen, sachant que la note de passage est de 60 points ?

Ahmed a eu moins de 60 points, tandis que Clara a obtenu moins de 66 points ($x + 6$). Il est donc impossible qu'ils aient tous les deux réussi leur examen.

- 7 Un rectangle a une base qui mesure x cm et une hauteur de 8 cm.
Quelles sont les valeurs possibles de x pour que le rectangle ait un périmètre inférieur à 30 cm ? Donne ta réponse sous forme d'intervalle.

Astuce

Porte une attention particulière au contexte afin de bien définir les bornes de l'intervalle.



8 cm

x cm

$$2 \cdot x + 2 \cdot 8 < 30$$

$$2x + 16 < 30$$

$$\frac{2x}{2} < \frac{14}{2}$$

$$x < 7$$

x ne peut pas être inférieur ou égal à 0.

Réponse : $]0, 7[$ cm

- 8 Les dimensions possibles d'un terrain de soccer à 11 joueurs sont variables. Le périmètre du terrain est au maximum de 420 m. La longueur du terrain doit avoir 30 m de plus que la largeur.

Quelles sont les dimensions maximales d'un terrain de soccer à 11 joueurs ?

Largeur (m) : x

$$2x + 2(x + 30) \leq 420$$

Largeur maximale : 90 m

Longueur (m) : $x + 30$

$$2x + 2x + 60 \leq 420$$

Longueur maximale :

$$4x + 60 \leq 420$$

$$90 + 30 = 120 \text{ m}$$

$$P = 2x + 2(x + 30)$$

$$\frac{4x}{4} \leq \frac{360}{4}$$

$$x \leq 90$$

Réponse : 90 m sur 120 m



- 9 Lors d'une expérience, Mathias doit mélanger deux solutions d'eau salée dont la concentration est différente. La solution bleue est trois fois plus salée que la solution rouge. La moyenne des deux concentrations de sel est d'au moins 15 g/L.

CD2

Quelles peuvent être les concentrations initiales de chaque solution ? Donne deux exemples possibles.

Concentration de la solution rouge (g/L) : x

Concentration de la solution bleue (g/L) : $3x$

$$\frac{x + 3x}{2} \geq 15$$

$$\frac{4x}{4} \geq \frac{30}{4}$$

$$x \geq 7,5$$

$$\text{Si } x = 7,5, \text{ alors } 3x = 3 \cdot 7,5 = 22,5$$

$$\text{Si } x = 8, \text{ alors } 3x = 3 \cdot 8 = 24$$

Exemples de concentrations initiales :

Plusieurs réponses possibles.

1. Solution rouge : 7,5 g/L

Solution bleue : 22,5 g/L

2. Solution rouge : 8 g/L

Solution bleue : 24 g/L



- 10** Les leucocytes polynucléaires sont des cellules du système immunitaire. Une personne en santé en compte au plus 7 600 par mm^3 de sang. Leur nombre augmente en cas d'infection ou de réaction inflammatoire.

CD2

Il existe trois sortes de leucocytes : les basophiles, les neutrophiles et les éosinophiles. Normalement, on peut compter jusqu'à 70 fois plus de neutrophiles que de basophiles et 5 fois plus d'éosinophiles que de basophiles.

Quel est le nombre maximal de chaque type de leucocyte par millimètre cube de sang ?

Nombre de basophiles : x

$$x + 70x + 5x \leq 7\,600$$

$$70 \cdot 100 = 7\,000$$

Nombre de neutrophiles : $70x$

$$\frac{76x}{76} \leq \frac{7\,600}{76}$$

$$5 \cdot 100 = 500$$

Nombre d'éosinophiles : $5x$

$$x \leq 100$$

Réponse : Normalement, 1 mm^3 de sang comporte au maximum 100 basophiles, 7 000 neutrophiles et 500 éosinophiles.



- 11** Josiane est chiropraticienne. Elle peut traiter de 55 à 110 patients par semaine. Elle reçoit en consultation dix fois plus d'adultes que d'enfants.

Une consultation coûte 55 \$ pour un enfant et 65 \$ pour un adulte.

Josiane croit que son revenu hebdomadaire devrait varier de 3 000 \$ à 6 500 \$. A-t-elle raison ? Si oui, justifie ta réponse. Si non, indique comment son revenu variera.

Curiosité

Un chiropraticien ou une chiropraticienne est un spécialiste de la santé qui prévient et traite les problèmes du système musculo-squelettique et de différents organes au moyen de manipulations de la colonne vertébrale.

Nombre d'enfants : x

Nombre d'adultes : $10x$

Nombre minimal de patients : 55

Nombre maximal de patients : 110

$$x + 10x \geq 55$$

$$x + 10x \leq 110$$

$$\frac{11x}{11} \geq \frac{55}{11}$$

$$\frac{11x}{11} \leq \frac{110}{11}$$

$$x \geq 5$$

$$x \leq 10$$

5 enfants

10 enfants

$$10 \cdot 5 = 50$$

$$10 \cdot 10 = 100$$

Donc, 5 enfants et 50 adultes

Donc, 10 enfants et 100 adultes

Revenu minimal :

Revenu maximal :

$$5 \cdot 55 + 50 \cdot 65 = 3\,525$$

$$10 \cdot 55 + 100 \cdot 65 = 7\,050$$

Réponse : Josiane n'a pas raison. Son revenu variera de 3 525 \$ à 7 050 \$ par semaine.

Exercices + supplémentaires

Questions à réponses courtes

Utilise une feuille mobile pour effectuer tes calculs.

Sections 4.1 et 4.2

1 Encerle les droites parallèles à la droite dont l'équation est $y = \frac{5}{4}x + 7$.

a) $y = 7x + \frac{5}{4}$

b) $y = 15 - \frac{5}{4}x$

c) $y = 3x + 7$

d) $y = \frac{5x+8}{4}$

e) $y = 1,25x + 25$

f) $y = \frac{10x+83}{8}$

2 Résous les systèmes d'équations suivants.

a) $\begin{cases} y = 6x - 15 \\ y = 9x + 21 \end{cases}$

$(-12, -87)$

b) $\begin{cases} y = -5x + 20 \\ y = x - 4 \end{cases}$

$(4, 0)$

c) $\begin{cases} y = 8x - 14 \\ y = -5x + 12 \end{cases}$

$(2, 2)$

d) $\begin{cases} y = -6x \\ y = 8x + 42 \end{cases}$

$(-3, 18)$

e) $\begin{cases} y = \frac{3}{4}x + 11 \\ y = \frac{5}{12}x + 26 \end{cases}$

$(45, \frac{179}{4})$

f) $\begin{cases} y = 0,8x + 1\,205 \\ y = 0,6x + 1\,350 \end{cases}$

$(725, 1\,785)$

Sections 4.3 et 4.4

3 Complète le tableau suivant, qui permet de décrire l'ensemble-solution des inéquations.

Inéquation	Modes de représentation		
	Droite numérique	En extension	Intervalle
a) $x \leq -2$		—	$]-\infty, -2]$
b) $x > 10$ ou $x \geq 11$		$\{11, 12, 13, \dots\}$	—
c) $-8 < x \leq 1$		—	$] -8, 1]$

4 Résous les inéquations suivantes.

a) $x - 5 \geq 12$

$x \geq 17$

b) $-15x \geq 225$

$x \leq -15$

c) $2x - 11 < 25$

$x < 18$

d) $8(3x + 1) \leq 48$

$x \leq \frac{5}{3}$

e) $-4(x - 2) > 3(x + 13)$

$x < -\frac{31}{7}$

f) $3,5x + 6 \geq 0,5(x + 1,8)$

$x \geq -1,7$

g) $\frac{1}{2}(x + 6) < \frac{1}{3}x$

$x < -36$

h) $\frac{x+6}{5} < \frac{3x-1}{10}$

$x > 13$

Questions à développement

Utilise une feuille mobile pour effectuer tes calculs.

Sections 4.1 et 4.2

- 5 Détermine les équations des systèmes représentés par chacune des tables de valeurs suivantes. Trouve ensuite les couples-solutions.

a)

x	0	2	4	6
y ₁	20	18	16	14
y ₂	25	21	17	13

$$\begin{cases} y_1 = -x + 20 \\ y_2 = -2x + 25 \end{cases} \quad \text{Solution : } (5, 15)$$

b)

x	0	5	10	15
y ₁	175	225	275	325
y ₂	132	202	272	342

$$\begin{cases} y_1 = 10x + 175 \\ y_2 = 14x + 132 \end{cases} \quad \text{Solution : } \left(\frac{43}{4}, \frac{565}{2} \right)$$

- 6 Traduis chacune des situations par un système d'équations à deux variables. Réponds ensuite à la question.

- a) Marie recopie un texte à l'ordinateur. Elle tape en moyenne 50 mots/min. Quand Marie a écrit 250 mots, William commence à recopier son texte.

Sachant que William tape en moyenne 70 mots/min, dans combien de minutes auront-ils tapé exactement le même nombre de mots ?

$$\begin{cases} x: \text{temps (min)} \\ y: \text{nombre de mots tapés} \end{cases} \quad \begin{cases} y_M = 50x + 250 \\ y_W = 70x \end{cases} \quad 12,5 \text{ min}$$

- b) David fait le plein du réservoir d'essence de sa camionnette dont la capacité maximale est de 55 L. Il parcourt 250 km et il reste 15 L d'essence dans le réservoir. Il croise alors Annick en moto. Il y a 8 L d'essence dans le réservoir de la moto.

La moto d'Annick consomme 5 L/100 km. Après combien de kilomètres y aura-t-il la même quantité d'essence dans les deux réservoirs ?

$$\begin{cases} x: \text{distance parcourue (km)} \\ y: \text{quantité d'essence (L)} \end{cases} \quad \begin{cases} y_D = -\frac{4}{25}x + 15 \\ y_A = -\frac{5}{100}x + 8 \end{cases} \quad \approx 63,6 \text{ km}$$

Sections 4.3 et 4.4

- 7 La base d'un triangle mesure 14 cm. Sa hauteur mesure x cm. L'aire du triangle est supérieure à $(3x + 40) \text{ cm}^2$.

Dans quel intervalle se trouve la mesure de la hauteur ? $]10, \infty[\text{ cm}$

- 8 La vitesse de Gabriel pendant une course de natation était 1,5 fois plus élevée que celle de Zorane. Sachant que la différence entre les deux vitesses est d'au plus 0,65 m/s, trouve la vitesse maximale de Gabriel.

1,95 m/s

Retour sur le chapitre 4

Questions à choix multiples

- 1 Parmi les couples suivants, lequel est la solution du système d'équations ci-dessous ?

$$\begin{cases} y = -11x + 45 \\ y = 5x + 13 \end{cases}$$

a) $(-2, 67)$

b) $(2, 23)$

c) $(9, \overline{6}, 61, \overline{3})$

d) $(32, -307)$

- 2 Parmi les systèmes d'équations suivants, lequel ne possède aucune solution ?

a) $\begin{cases} y = 15 - x \\ y = x + 15 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y = 15 - x \\ y = x + 16 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y = 16 - x \\ y = -x + 15 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y = -x + 15 \\ y = 15 - x \end{cases}$

- 3 Gabriel a parcouru 5 km en kayak. Il pagaie à une vitesse de 12 km/h. Philippe pagaie deux fois moins vite que Gabriel, mais il a déjà parcouru 8 km. Sachant que x représente le temps (h) et y , la distance parcourue (km), quel système d'équations représente cette situation ?

a) $\begin{cases} y = 5x + 12 \\ y = 8x + 6 \end{cases}$

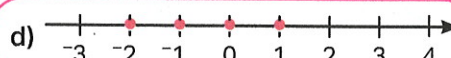
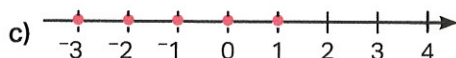
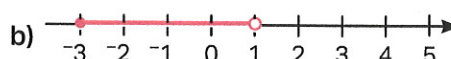
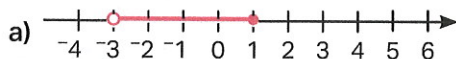
b) $\begin{cases} y = 12x + 5 \\ y = 6x + 8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y = 12x + 5 \\ y = 24x + 8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y = 5x + 12 \\ y = 8x + 24 \end{cases}$

- 4 Parmi les droites suivantes, laquelle représente l'ensemble-solution décrit ci-dessous, sachant que x appartient à $\mathbb{Z}$?

$$-3 < x \leq 1$$



- 5 Quel est l'ensemble-solution de l'inéquation suivante ?

$$-2x + 18 < 22$$

a) $x < -2$

b) $x > -2$

c) $x < -10$

d) $x > -10$

- 6 Jérémy télécharge des fichiers sur son téléphone. Le mois dernier, il a téléchargé plus de 12 fichiers. Par contre, le nombre de téléchargements n'a pas dépassé 25.

Parmi les expressions suivantes, laquelle traduit cette situation ?

a) $12 < x < 25$

b) $12 \leq x > 25$

c) $12 < x > 25$

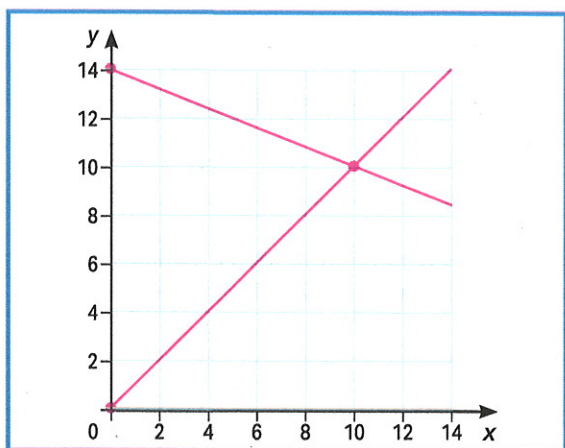
d) $12 < x \leq 25$

Questions à réponses courtes

7 Résous graphiquement les systèmes d'équations suivants.

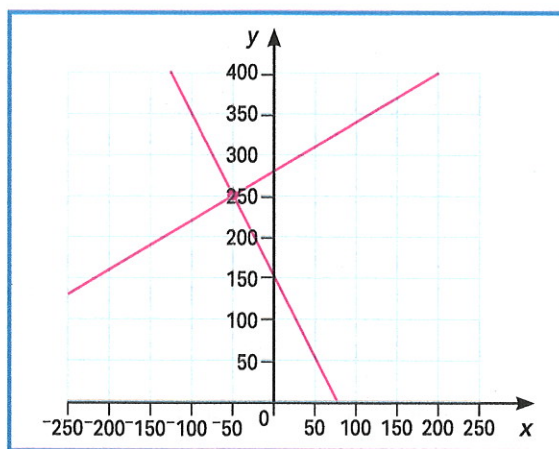
a) $\begin{cases} y = -\frac{2}{5}x + 14 \\ y = x \end{cases}$

(10, 10)



b) $\begin{cases} y = -2x + 150 \\ y = 0,6x + 280 \end{cases}$

(-50, 250)



8 Résous les systèmes d'équations suivants à l'aide de la méthode par comparaison.

a) $\begin{cases} y = -4x + 11 \\ y = 5x + 20 \end{cases}$

(-1, 15)

$$-4x + 11 = 5x + 20$$

$$11 = 9x + 20$$

$$-\frac{9}{9} = \frac{9x}{9}$$

$$-1 = x$$

$$y = -4(-1) + 11 = 15$$

$$y = 5(-1) + 20 = 15$$

b) $\begin{cases} y = \frac{-x+5}{2} \\ y = 12 - 0,5x \end{cases}$

∅

Les deux taux de variation sont égaux.

Les ordonnées à l'origine sont différentes.

$$y = \frac{-x+5}{2} \rightarrow a_1 = -\frac{1}{2}, b_1 = \frac{5}{2}$$

$$y = -0,5x + 12 \rightarrow a_2 = -\frac{1}{2}, b_2 = 12$$

Donc, il n'y a aucune solution.

c) $\begin{cases} y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3} \\ y = \frac{1}{6}x - \frac{13}{12} \end{cases}$

$(-\frac{11}{2}, -2)$

$$\left(\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}\right) \cdot 12 = \left(\frac{1}{6}x - \frac{13}{12}\right) \cdot 12$$

$$8x + 20 = 2x - 13$$

$$6x + 20 = -13$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{-33}{6}$$

$$x = -\frac{11}{2}$$

$$y = \frac{2}{3}\left(-\frac{11}{2}\right) + \frac{5}{3} = -2$$

$$y = \frac{1}{6}\left(-\frac{11}{2}\right) - \frac{13}{12} = -2$$

d) $\begin{cases} y = 8x + 1\,500 \\ y = 6x - 1\,000 \end{cases}$

(-1 250, -8 500)

$$8x + 1\,500 = 6x - 1\,000$$

$$2x + 1\,500 = -1\,000$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{-2\,500}{2}$$

$$x = -1\,250$$

$$y = 8(-1\,250) + 1\,500 = -8\,500$$

$$y = 6(-1\,250) - 1\,000 = -8\,500$$

Retour

9

Traduis chaque situation par une inéquation. Nomme d'abord l'inconnue.

- a) Clothilde a reçu au moins 12 amies pour son anniversaire.

$$x: \text{nombre d'amies à la fête} \quad x \geq 12$$

- b) Aujourd'hui, Maeva a bu de 4 à 6 L d'eau.

$$x: \text{quantité d'eau bue (L)} \quad 4 \leq x \leq 6$$

- c) Alex gagne un salaire horaire. Cette semaine, il a travaillé 32 heures et il a gagné un minimum de 540 \$. On s'intéresse au salaire reçu cette semaine.

$$x: \text{salaire horaire (\$/h)} \quad 32x \geq 540, x > 0$$

- d) Julia a un certain nombre d'employés dans son équipe. Chaque employé travaille 40 heures par semaine. La semaine dernière, les employés ont travaillé, au total, 240 heures au maximum.

$$x: \text{nombre d'employés} \quad 40x \leq 240, x > 0$$

- e) Guillermo veut peindre les murs de sa chambre. Il a 6 L de peinture. Avec 1 L de peinture, il couvre au plus 10 m
- ²
- . Guillermo se demande quelle surface maximale il pourra peindre.

$$x: \text{surface à peindre (m}^2\text{)} \quad x \leq 60, x > 0$$

10

Résous les inéquations suivantes. Écris l'ensemble-solution sous la forme d'un intervalle.

a) $2x + 11 \geq 19$

$$\frac{2x}{2} \geq \frac{8}{2}$$
$$x \geq 4$$

$$[4, \infty[$$

b) $-3x < -8x$

$$5x < 0$$

$$x < 0$$

$$]-\infty, 0[$$

c) $-2x + 5 > 5x + 26$

$$5 > 7x + 26$$

$$\frac{-21}{7} > \frac{7x}{7}$$
$$-3 > x$$

$$]-\infty, -3[$$

d) $800x + 1\,500 < 900x + 2\,300$

$$1\,500 < 100x + 2\,300$$

$$\frac{-800}{100} < \frac{100x}{100}$$
$$-8 < x$$

$$]-8, \infty[$$

e) $-3(x + 5) \leq -6(2x - 3)$

$$-3x - 15 \leq -12x + 18$$

$$9x - 15 \leq 18$$

$$\frac{9x}{9} \leq \frac{33}{9}$$

$$x \leq \frac{11}{3}$$

$$]-\infty, \frac{11}{3}]$$

f) $\frac{(3x-7)}{-2} \geq 4(-x+9)$

$$3x - 7 \leq -2(-4x + 36)$$

$$3x - 7 \leq 8x - 72$$

$$-5x - 7 \leq -72$$

$$\frac{-5x}{-5} \leq \frac{-65}{-5}$$
$$x \geq 13$$

$$[13, \infty[$$

Retour

Questions à développement

- 11 Trouve les coordonnées précises du point d'intersection des deux droites suivantes.

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Droite 1 : $y = ax + b$

(rouge) $a = \frac{0 - 120}{180 - 0} = -\frac{2}{3}$

$$y_1 = -\frac{2}{3}x + 120$$

Droite 2 : $y = ax + b$

(verte) $a = \frac{20 - (-12)}{72 - 0} = \frac{4}{9}$
 $y_2 = \frac{4}{9}x - 12$

$$\begin{cases} y_1 = -\frac{2}{3}x + 120 \\ y_2 = \frac{4}{9}x - 12 \end{cases}$$

$$y_1 = y_2$$

$$-\frac{2}{3}x + 120 = \frac{4}{9}x - 12$$

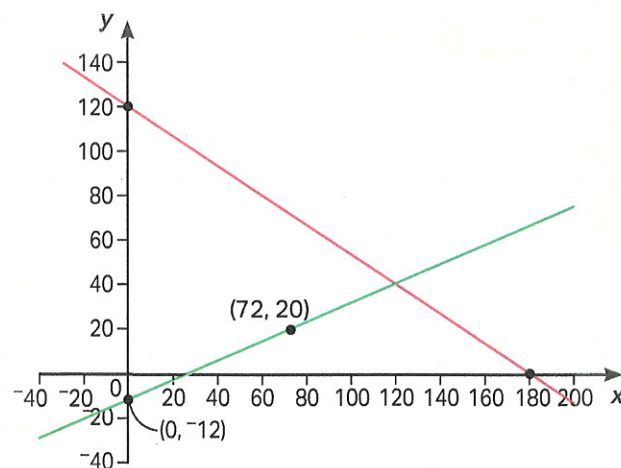
$$\left(-\frac{2}{3}x + 120\right) \cdot 9 = \left(\frac{4}{9}x - 12\right) \cdot 9$$

$$-6x + 1080 = 4x - 108$$

$$1080 = 10x - 108$$

$$\frac{1080}{10} = \frac{10x}{10}$$

$$108 = x$$



$$y_1 = -\frac{2}{3}x + 120$$

$$= -\frac{2}{3} \cdot 118,8 + 120$$

$$= 40,8$$

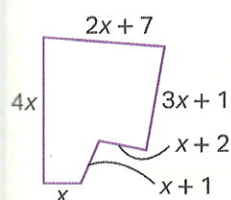
$$y_2 = \frac{4}{9}x - 12$$

$$= \frac{4}{9} \cdot 118,8 - 12$$

$$= 40,8$$

(118,8, 40,8)

- 12 Le périmètre de l'hexagone suivant est inférieur à 83 cm. Complète le tableau. Écris les dimensions possibles de ses côtés sous forme d'intervalle.



$$x > 0$$

$$2x + 7 + 3x + 1 + x + 2 + x + 1 + x + 4x < 83$$

$$12x + 11 < 83$$

$$\frac{12x}{12} < \frac{72}{12}$$

$$x < 6$$

Côté	Dimensions (cm)
x	$]0, 6[$
$x + 1$	$]1, 7[$
$x + 2$	$]2, 8[$
$3x + 1$	$]1, 19[$
$2x + 7$	$]7, 19[$
$4x$	$]0, 24[$

- 13 Le rayon des roues de la bicyclette de Zachary mesure 20 cm. Sachant que Zachary a parcouru moins de 6 km, trouve le nombre maximal de tours complets effectués par les roues de sa bicyclette. Souviens-toi que la circonférence d'un cercle équivaut à la distance parcourue en un tour complet de roue ($C = 2\pi r$).

Astuce

Assure-toi que, dans les deux membres de l'inéquation, les valeurs sont exprimées avec les mêmes unités de mesure.

$$C = 2\pi r = 2\pi \cdot 20$$

x : nombre de tours

$$1,256\,6x < 6\,000$$

$$C \approx 125,66 \text{ cm ou } 1,256\,6 \text{ m}$$

$$\frac{1,256\,6x}{1,256\,6} < \frac{6\,000}{1,256\,6}$$

$$x < 4\,774,79$$

$$6 \text{ km} = 6\,000 \text{ m}$$

Réponse : 4 774 tours complets

- 14 Lorick paie 25 \$ par mois pour son forfait cellulaire. Daria paie un montant fixe pour les messages textes et un montant par minute pour les appels. Le mois dernier, Daria a parlé 150 minutes et sa facture s'élevait à 30,50 \$. Ce mois-ci, elle a parlé 182 minutes et sa facture est de 35,30 \$.

À partir de combien de minutes d'appels Daria paie-t-elle plus cher que Lorick ?

x : temps (min)

y : montant de la facture (\$)

$$\text{Daria : } a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$a = \frac{35,30 - 30,50}{182 - 150} = 0,15 \text{ \$/min}$$

$$y = ax + b$$

$$y = 0,15x + b$$

$$30,50 = 0,15 \cdot 150 + b$$

$$b = 8$$

$$y = 0,15x + 8$$

$$\begin{cases} y_L = 25 \\ y_D = 0,15x + 8 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y_D &= 0,15 \cdot 113,3 + 8 \\ &= 25 \end{aligned}$$

$$y_L = y_D$$

$$25 = 0,15x + 8$$

$$\frac{17}{0,15} = \frac{0,15x}{0,15}$$

$$113,3 = x$$

$$\begin{aligned} y_D &= 0,15 \cdot 114 + 8 \\ &= 25,10 \end{aligned}$$

Réponse : À partir de 114 min

- 15 Yalda fait du ski alpin avec son ami Kristof. Yalda a parcouru 150 m lorsque son ami Kristof commence sa descente. Yalda évalue sa vitesse à 540 m/min et celle de Kristof à 675 m/min.

CD2

La piste mesure 810 m. Kristof réussira-t-il à rattraper Yalda avant la fin de sa descente ? Si oui, indique après combien de minutes. Si non, explique pourquoi.

x : temps (min)

$$540x + 150 = 675x$$

$$y_Y = 540 \cdot \frac{10}{9} + 150 = 750$$

y : distance parcourue (m)

$$\frac{150}{135} = \frac{135x}{135}$$

$$\begin{cases} y_Y = 540x + 150 \\ y_K = 675x \end{cases}$$

$$\frac{10}{9} = x$$

$$y_K = 675 \cdot \frac{10}{9} = 750$$

$$y_Y = y_K$$

La distance parcourue par les skieurs après $\frac{10}{9}$ min est de 750 m, une distance inférieure à la longueur de la piste.

Réponse : Oui. Kristof réussira à rejoindre Yalda après environ $\frac{10}{9}$ min.

Retour

- 16 Aliza veut louer un chalet. Elle hésite entre les deux offres suivantes.

Chalet Zen

Montant de base : 250 \$

Tarif quotidien : 90 \$

Chalet Le Boisé

Montant de base : 130 \$

Tarif quotidien : 120 \$

Astuce

« Quotidien » signifie chaque jour.

Quelle offre est la plus avantageuse ? Aide Aliza à faire le bon choix.

x : durée du séjour (jours)

y : coût total (\$)

$$\begin{cases} y_Z = 90x + 250 \\ y_B = 120x + 130 \end{cases}$$

$$y_Z = y_B$$

$$90x + 250 = 120x + 130$$

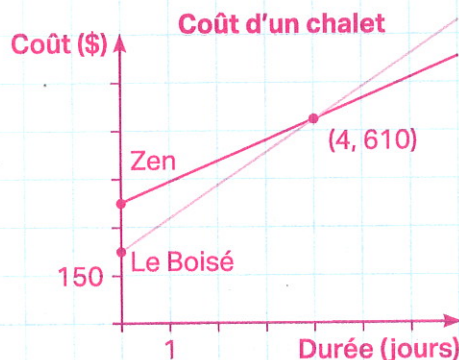
$$120 = 30x$$

$$\frac{120}{30} = \frac{30x}{30}$$

$$4 = x$$

$$y_Z = 90 \cdot 4 + 250 = 610$$

$$y_B = 120 \cdot 4 + 130 = 610$$



Réponse : Si Aliza loue le chalet pour moins de 4 jours, elle devrait choisir Le Boisé. Pour plus de 4 jours, elle devrait choisir le chalet Zen. Pour un séjour d'exactly 4 jours, le prix est le même pour les deux chalets, soit 610 \$.

- 17 L'avion A, qui vole à 850 m d'altitude, amorce son atterrissage au moment où un avion B décolle. Le graphique ci-contre illustre cette situation.

Après combien de secondes les deux avions voleront-ils à la même altitude ?

x : temps (s)

y : altitude (m)

Avion A :

$$a = \frac{0 - 850}{60 - 0} = -\frac{85}{6} \text{ m/s}$$

$$y = ax + b$$

$$y = -\frac{85}{6}x + 850$$

Avion B :

$$a = \frac{500 - 0}{40 - 0} = \frac{25}{2} \text{ m/s}$$

$$y = ax + b$$

$$y = \frac{25}{2}x$$

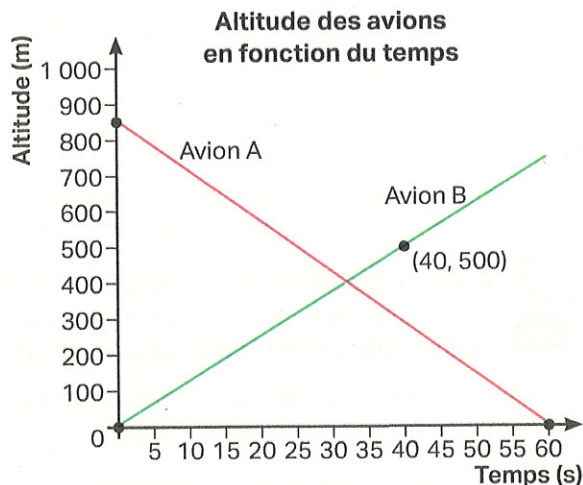
$$y_A = y_B$$

$$\left(-\frac{85}{6}x + 850\right) \cdot 6 = \left(\frac{25}{2}x\right) \cdot 6$$

$$-85x + 5100 = 75x$$

$$\frac{5100}{160} = \frac{160x}{160}$$

$$31,875 = x$$



$$y_A = -\frac{85}{6} \cdot 31,875 + 850 = 398,4375$$

$$y_B = \frac{25}{2} \cdot 31,875 = 398,4375$$

Réponse : Après 31,9 s.



Retour

- 18** Chloé achète deux pantalons identiques et une jupe. Le pantalon coûte 10 \$ de plus que la jupe. Elle avait 150 \$ et il lui reste moins de 20 \$ après ses achats. Trouve un prix possible pour la jupe et pour le pantalon. **Le prix de la jupe peut varier de 36,67 \$ à 43,33 \$. Le prix du pantalon peut varier de 46,67 \$ à 53,33 \$, mais il doit coûter 10 \$ de plus que la jupe.**

Plusieurs réponses possibles.

$$150 - 20 = 130 \$$$

Ces achats lui ont coûté plus de 130 \$.

Prix de la jupe (\$) : x

Prix du pantalon (\$) : $x + 10$

$$2(x + 10) + x > 130$$

$$2x + 20 + x > 130$$

$$3x + 20 > 130$$

$$\frac{3x}{3} > \frac{110}{3}$$

$$x > 36,6\bar{6}$$

$$\text{Soit } x = 37, \text{ alors } x + 10 = 47.$$

$$37 + 2 \cdot 47 = 131 \$$$

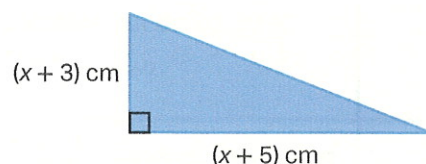
$$150 - 131 = 19 \$$$

$$19 \$ < 20 \$$$

Réponse : **Le prix de la jupe peut être de 37 \$ et le prix du pantalon, de 47 \$.**

- 19** Léonard a tracé un triangle rectangle dans lequel la somme des deux cathètes ne dépasse pas 14 cm. Grégoire affirme qu'il est possible que l'hypoténuse mesure 11 cm.

CD2



A-t-il raison ? Justifie ta réponse à l'aide de calculs mathématiques.

$$x + 3 + x + 5 \leq 14$$

$$2x + 8 \leq 14$$

$$\frac{2x}{2} \leq \frac{6}{2}$$

$$x \leq 3$$

Donc, les cathètes mesurent au maximum 6 cm et 8 cm.

On trouve la plus grande mesure possible de l'hypoténuse, (c), à l'aide de la relation de Pythagore : $6^2 + 8^2 = c^2$

$$\sqrt{100} = c$$

$$c = 10 \quad 10 < 11$$

Réponse : **Grégoire a tort. Il est impossible que l'hypoténuse mesure plus de 10 cm.**

- 20** À 9 h, Émilie part pour une longue randonnée en patins à roues alignées. Elle avance à une vitesse de 12 km/h. À 11 h 15, sa mère remarque qu'Émilie a oublié son lunch. Elle décide de la rejoindre en voiture. Elle conduit à une vitesse de 50 km/h.

CD2

Émilie recevra-t-elle son lunch avant midi ? Si oui, indique l'heure à laquelle sa mère la rejoindra.

Distance parcourue par Émilie

de 9 h à 11 h 15 (2,25 h) :

$$12 \cdot 2,25 = 27 \text{ km}$$

x : temps écoulé depuis le départ de la mère (h)

y : distance parcourue (km)

$$y_E = 12x + 27$$

$$y_M = 50x$$

$$y_E = y_M$$

$$12x + 27 = 50x$$

$$\frac{27}{38} = \frac{38x}{38}$$

$$\frac{27}{38} = x$$

$$\frac{27}{38} \cdot 60 \text{ min} \approx 42,6 \text{ min}$$

$$11 \text{ h } 15 + 0 \text{ h } 43 = 11 \text{ h } 58$$

Réponse : **Oui. Sa mère rejoindra Émilie vers 11 h 58.**

Situation d'application

CD2

Temps de réalisation : 20 à 30 minutes

La course en patins

Justine, Naya et Yuri font une course en patins de 200 m.
Au signal de départ, Yuri et Justine partent en même temps.
Malheureusement, Naya s'élance 1,5 seconde après eux. Le tableau ci-dessous présente la vitesse moyenne de chacun des patineurs.

Lorsque Naya rattrapera le deuxième patineur, quelle distance la séparera de celui qui est en tête ?

Vitesse moyenne des patineurs (m/s)

Naya	Justine	Yuri
12,5	11	10



Équations des droites représentant la distance parcourue par chaque patineur en fonction du temps écoulé depuis le départ de Naya :

x : temps (s) y : distance parcourue (m)

Naya

$$y_N = 12,5x$$

Justine

En 1,5 sec, Justine a parcouru

$$11 \cdot 1,5 = 16,5 \text{ m}$$

$$y_J = 11x + 16,5$$

Yuri

En 1,5 sec, Yuri a parcouru

$$10 \cdot 1,5 = 15 \text{ m}$$

$$y_Y = 10x + 15$$

Naya rattrapera Yuri d'abord.

$$y_N = y_Y$$

$$12,5x = 10x + 15$$

$$\begin{cases} y_N = 12,5x \\ y_Y = 10x + 15 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{2,5x}{2,5} &= \frac{15}{2,5} \\ x &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_N &= 12,5 \cdot 6 \\ &= 75 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_Y &= 10 \cdot 6 + 15 \\ &= 75 \end{aligned}$$

Après 6 s, Naya a parcouru 75 m et rattrapé Yuri.

Distance parcourue par Justine en 6 s :

$$\begin{aligned} y_J &= 11 \cdot 6 + 16,5 \\ &= 82,5 \text{ m} \end{aligned}$$

$$82,5 - 75 = 7,5 \text{ m}$$

Réponse

Lorsque Naya aura rattrapé Yuri, une distance de 7,5 m la séparera de Justine.

Situation d'application

Situation-problème

Temps de réalisation : 50 à 60 minutes. Cette situation-problème porte sur les concepts suivants : la résolution algébrique d'un système d'équations et la résolution d'inéquations (chap. 4)

L'expédition

Charles-Olivier veut faire une expédition sur la rivière Noire. Le centre d'aventure lui propose deux types d'embarcations.

Tarifs pour la location d'embarcation

	Canot	Kayak
Montant de base	40 \$	65 \$
Prix par jour	32,50 \$	27,50 \$

Après avoir déterminé la durée de son expédition, Charles-Olivier a calculé que le coût de l'embarcation sera le même, peu importe l'embarcation choisie.

L'hébergement peut se faire en éco-tente ou en éco-chalet.

Charles-Olivier veut essayer les deux. Le prix par jour dépend du type d'hébergement choisi :

- Le coût par jour en éco-chalet est de 30 \$ de moins que le double du coût par jour en éco-tente.
- La différence entre les deux tarifs est de 60 \$ par jour.

En plus du coût pour la location de l'embarcation et pour l'hébergement, Charles-Olivier prévoit 16 \$ par jour pour la nourriture.

Charles-Olivier a un budget maximal de 900 \$.

Combien de jours dans chaque type d'hébergement peut-il réserver afin de respecter son budget ?



Calcul de la durée de l'expédition à partir du coût des embarcations :

x : durée de la location (jours)

y : coût de la location (\$)

$$\begin{cases} y_C = 32,50x + 40 \\ y_K = 27,50x + 65 \end{cases}$$

$$y_C = y_K$$

$$32,50x + 40 = 27,50x + 65$$

$$5x + 40 = 65$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{25}{5} \rightarrow x = 5$$

$$y_C = 32,50 \cdot 5 + 40 = 202,50 \$$$

$$y_K = 27,50 \cdot 5 + 65 = 202,50 \$$$

La durée de l'expédition sera de 5 jours.

Coût de l'hébergement :

x : coût en éco-tente

$$2x - 30 - x = 60$$

$$2x - 30 = 2 \cdot 90 - 30$$

$2x - 30$: coût en éco-chalet

$$x - 30 = 60$$

$$= 150$$

$$x = 90$$

Le coût par jour est de 90 \$ en éco-tente et de 150 \$ en éco-chalet.

On peut aussi résoudre
le système $\begin{cases} y = 2x - 30 \\ y = x + 60 \end{cases}$

Coût pour la nourriture : $16 \cdot 5 = 80$ \$

Budget à respecter :

$$900 - 202,50 - 80 = 617,50 \text{ \$}$$

Choix de l'hébergement :

(5 jours en tout)

x : nombre de jours en éco-tente

$5 - x$: nombre de jours en éco-chalet

$$90x + 150(5 - x) \leq 617,50$$

$$90x + 750 - 150x \leq 617,50$$

$$-60x + 750 \leq 617,50$$

$$\frac{-60x}{-60} \geq \frac{-132,50}{-60}$$

$$x \geq 2,208 \bar{3}$$

L'élève peut également tenter de résoudre cette étape par essais-erreurs. Par contre, comme nous venons d'étudier les contraintes, il est bon qu'il constate qu'il est plus efficace de procéder de cette façon.

Puisque Charles-Olivier veut essayer les deux types d'hébergement, $x = 3$ ou 4 .

Réponse

Pour respecter son budget, Charles-Olivier peut louer l'éco-tente pour 3 jours et l'éco-chalet, 2 jours, ou l'éco-tente pour 4 jours et l'éco-chalet, 1 jour.